

25/01/2017

Materia: Estudios Matemáticos II

Docente: Edgar Ahmed Muñoz Guzman

Estadística

Población → Censo

Muestra → Encuestas

Variable: Característica observable que varía entre los diferentes individuos

Valor: Cada uno de los distintos resultados que se pueden obtener en un estadístico

Dato: Valores obtenidos al hacer un estudio estadístico

Parámetro: Cantidad numérica calculada sobre una población

Estadístico: Idem cambiar población por muestra

Tipos de Variables

Cualitativas: No tienen valor numérico

- Nominales: Valores que no se pueden ordenar ej Grupo sangre

- Ordinales: Valores que si se pueden ordenar ej Grado ejército

Cuantitativas: Tienen valor numérico

Se deja espacio Discretas: Toman valores enteros

No se deja Continuas: Hay la posibilidad de infinitos valores intermedios

31/01/2017

Representación de Datos

Un granjero investiga el efecto de fertilizante en chicharos.

Dividió su terreno en 2. Una muestra aleatoria de 150 mostraron los resultados

Sin fertilizante:

Se organizan en una tabla de Frecuencias

Atributos	# de Individuos
-----------	-----------------

# Chicharos	Conteo	# Chicharos	Conteo
2	2	3	4
3	10	4	13
4	19	5	11
5	29	6	28
6	51	7	46
7	25	8	27
8	12	9	14
9	1	10	4
		11	1
		13	1

Frecuencia
Absoluta

Frecuencia relativa es proporcional, o sea fracción o decimal :v

f	fr	fo
2	.0133	2
3	.073	13
4	.1267	32
5	.1933	61
6	.34	112
7	.1667	137
8	.08	149
9	.0067	150

El valor con mas frecuencia es moda

Preguntas

Con base a los datos anteriores responde;

1- ¿Cuál es el número de chicharos por vaina que es mas probable de encontrar? De 6

2- Determinar el % de vainas que tienen 4 chicharos o menos .21333

3- ¿Que cantidad de vainas contienen 8 o más chicharos? 13

4- Determinar cantidad de vainas con 4 o menos chicharos 32

01/02/2017

Representación Gráfica

Histograma

x = de Barras

x = atributo

y = frecuencia

Si son valores continuos se ponen juntos

Cuando son valores discretos si se ponen espacio

Polígono de Frecuencias o Diagrama de Dispersión de Puntos

En lugar de ser diagrama de barras es diagrama de puntos

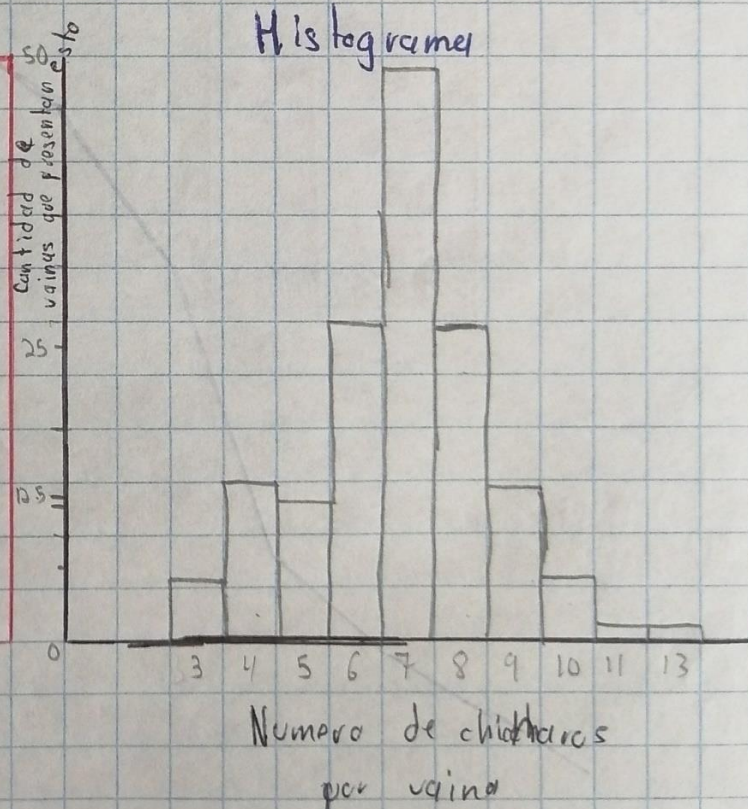
Los puntos se unen con líneas rectas

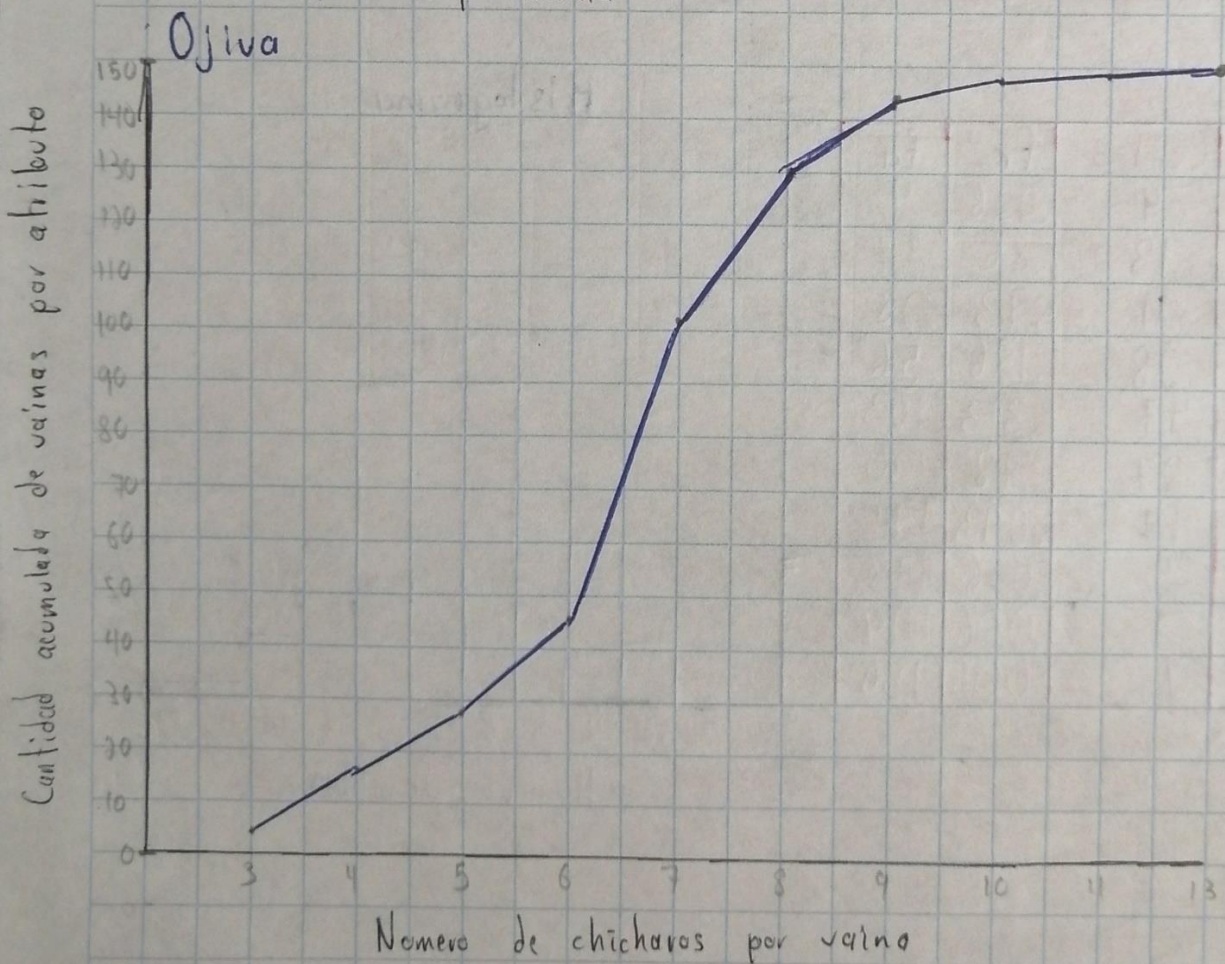
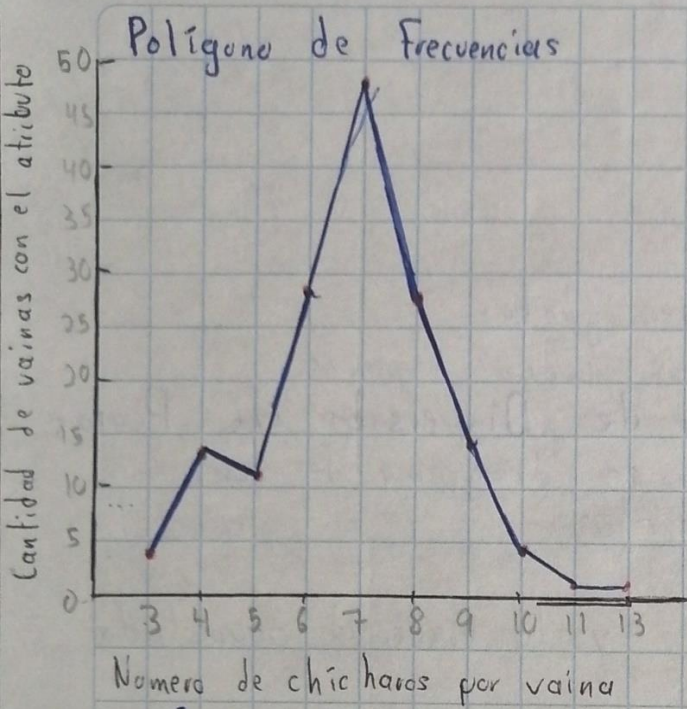
Ojiva

Como el PFO DdDdP pero pones en y la frecuencia acumulada
 x es igual

Ejercicio

#Chicharos	Conteo	fr	fa
3	4	.026	4
4	13	.86	17
5	11	.73	28
6	28	.186	56
7	47	.313	103
8	27	.18	130
9	14	.093	144
10	4	.026	148
11	1	.006	149
13	1	.006	150





Escuela estudia las personas en detención, demuestran lo siguiente

0	2	1	5	0	1	4	2	3	1
4	3	0	2	9	2	1	5	0	3
6	4	2	1	5	1	0	2	1	4
3	1	2	0	4	3	2	1	2	3

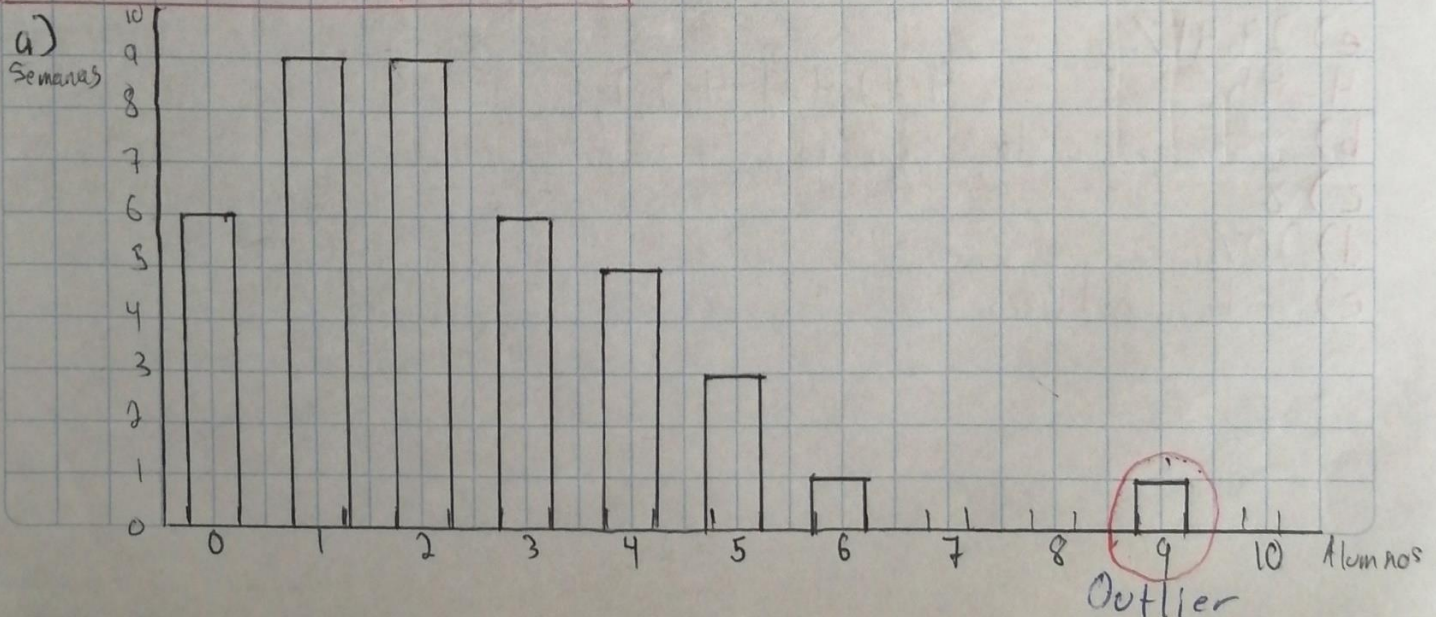
- a) Haz un histograma
 b) ¿Cuál es el número moda de estudiantes en detención por semana?
 c) Describe la distribución de los datos incluyendo valores fuera de línea
 d) ¿En que % de semanas fueron más de 4 en detención?

Alumnos en detención	# Semanas
0	6
1	9
2	9
3	6
4	5
5	3
6	1
7	0
8	0
9	1

b) 1 y 2

c) Está sesgada a la izquierda con un outlier

d) 12.5%



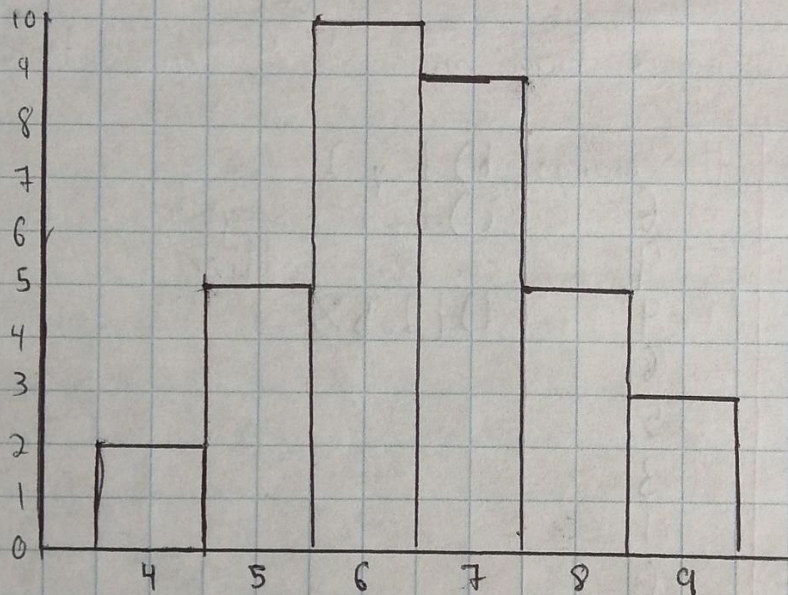
07/02/2017

3-a)

Comerciales en cada break	Veces que se observó
4	2
5	5
6	10
7	9
8	5
9	3

b)

Veces que
se observó



c)

d) No, está en orden y como una estadística normal

e) 29.41%

4-045

8, 12, 4, 7, 4, 2, 2, 1

b) Se sesga a la izquierda

c) 8

d) 20%

e) No hay outliers

08/02/2017

Agrupar Datos en Intervalos de Valores

formas de agrupar

n número de Datos

k número de Clases

$k = \sqrt{n}$ cuando n es menor a 400

Rango de Datos

21 menor

$80 - 21 = 59$ pero 21 también es dato

80 mayor

así que será 60

Ancho de clase

$$a = \frac{r}{k} = \frac{60}{9} = 6.67 \approx 7$$

Clase

20-26	20-26
27-33	27-33
34-40	34-40
41-47	41-47
48-54	48-54
	55-61
	62-68
	69-75
	76-82

Otra forma sería de 10 en 10

Edad

Galardonados

21-30	26	110	28
31-40	32		30
41-50			12
51-60			2
61-70			2
71-80			2

Medidas de Tendencia Central

Medidas

Parámetros estadísticos

a) Tendencia central

- Media: Promedio
- Mediana: El valor de en medio
- Moda: El que se repite más veces

b) Dispersión

- Desviación estándar/normal:
- Varianza:
- Desviación media:

c) Posición

- Mediana
- Cuartil
- Decil
- Percentil

Promedio

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

En un promedio simple le dan el mismo valor a todos los elementos

Promedio Ponderado Calif.

#Creditos

Peso

Ej	Inglés	9	6
	Estadística	7	6
	Literatura	9	6
	Psicología	10	5
	Física	7	7
	Química	6	7
	Lógica	9	4

$$\bar{x} = \frac{\sum xw}{\sum w}$$

$$\bar{x} = \frac{54 + 42 + 54 + 50 + 49 + 42 + 36}{6 + 6 + 6 + 5 + 7 + 7 + 4}$$

$$\bar{x} = 7.97$$

Sin Prom Pond = 8.14

That diferencia :v

10/02/2017

Calculo de Promedio para Datos Agrupados

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f}$$

↓

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

~~x = Valor de cada dato~~

f = Frecuencia

n = Total de datos

x = Marca de Clase

Valor medio de clase

$$x = \frac{Li + Ls}{2}$$

Li = Limite inferior

Ls = Limite superior

Ejemplo

Edad	f	x	f x
21-30	28	25.5	714
31-40	30	35.5	1065
41-50	12	45.5	546
51-60	2	55.5	111
61-70	2	65.5	131
71-80	2	75.5	151

$$\sum f x = \sum x_i f_i$$

$$\sum f = 76$$

$$\sum f x = 2718$$

$$\bar{x} = \frac{2718}{76} \rightarrow 35.76$$

13/02/2017

Media ($\bar{x}$)

No Agrupados

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Agrupados

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{n}$$

Mediana (Datos no agrupados)

Valor que se encuentra en medio, divide a la población en 2
Es un valor posicional

6, 7, 7, 9, 9, 9, 10

Se ordenan los datos ascendente y la mediana es el de en medio :v
Si es par quedan 2 valores, es el promedio de ellos:

6, 7, 7, 8, 9, 9, 9, 10
↳ 8.5

Moda (Datos no agrupados)

Dato que se repite en mayor frecuencia, en el caso anterior, sería el 9

Puede existir una población bimodal

Pueden existir poblaciones sin modas

Mediana (Datos agrupados)

$$\bar{x} = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

L_i = Límite inferior de clase { Moda
n = Total de Datos { Mediana $\frac{n}{2}$

F_{ai-1} = Frecuencia acumulada de clase ~~mediana~~ anterior

f_i = Frec. simple de clase ~~anterior~~ mediana

a = ancho de clases

Moda (Datos agrupados)

$$\hat{x} = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot a$$

$$\Delta_1 = f_i - f_{i-1}$$

$$\Delta_2 = f_i - f_{i+1}$$

FRECUENCIAS
SIMPLES :v

13/02/2017

Ejercicio

Se usará de ejemplo las edades de las actrices

Mediana

Si límite inferior es $n/2 \rightarrow n = 76 \quad n/2 = 38$

$$\bar{x} = L_i + \frac{n/2 - f_{ai-1}}{f_i} \cdot c_i$$

i es la clase de 31-40 $\rightarrow L_i = 31$

$$\bar{x} = 31 + \frac{38 - 28}{30} \cdot 10 \quad \bar{x} = 34.333$$

Moda

$$\hat{x} = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot c_i$$

$$\hat{x} = 31 + \frac{2}{2 + 18} \cdot 10$$

$$\hat{x} = 31 + \frac{2}{20} \cdot 10$$

$$\hat{x} = 31 + 1 \rightarrow \hat{x} = 32$$

Ejercicio

La tabla siguiente se muestran ^{aciertos} ~~calificaciones~~ de un examen de física

Acertos	#Alumnos	f_i	marca de clase (x_i)	$f_i x_i$
0-9	2	2	4.5	9
10-19	31	33	14.5	449.5
20-29	73	106	24.5	1788.5
30-39	85	141	34.5	2932.5
40-49	28	219	44.5	1246
				$\rightarrow \sum f_i x_i = 6425.5$

Represente los datos graficamente por medio de una ojiva e histograma, adicionalmente caracterice los datos utilizando las medidas de tendencia central

Media

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} \quad \bar{x} = \frac{6425.5}{219} \quad \bar{x} = 29.34$$

Mediana

$$\bar{x} = Li + \frac{\frac{n}{2} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

Li = Limite inferior de marca de clase
donde esta la mitad

$$\bar{x} = 30 + \frac{104.5 - 106}{85} \cdot 10$$

$$\bar{x} = 30 + \frac{3.5}{85} \cdot 10 \rightarrow 30 + .412$$

$$\bar{x} = 30.412$$

Moda

$$\hat{x} = Li + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot a$$

Li = Lo mismo pero donde
hay más frecuencia

$$\hat{x} = 30 + \frac{85 - 73}{85 - 73 + 85 - 28} \cdot 10$$

$$\hat{x} = 30 + \frac{12}{12 + 57} \cdot 10$$

$$\hat{x} = 30 + \frac{12}{69} \cdot 10$$

$$\hat{x} = 31.739$$

$$\hat{x} = 30 + 1.739$$

15/07/2017

FIG. 1.2.31
109

Medidas de Dispersión

Se usan para medir la variación de los valores en relación a los valores medios

Desviación Medica

Promedio de variación de los datos con respecto a la media

Para no agrupados

6	2.14	$ x - \bar{x} $ $DM = \frac{\sum x - \bar{x} }{n}$ $DM = \frac{8.86}{7} = 1.26$
7	1.14	
7	1.14	
9	.86	
9	.86	
9	.86	
10	1.86	

Para agrupados

$$DM = \frac{\sum f |x - \bar{x}|}{n}$$

Varianza σ^2

~~Promedio de los cuadrados de las variaciones de los datos con respecto a la media~~

Para no agrupados

Promedio del cuadrado de las variaciones de los datos con respecto a la media

$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$	2.14	al cuadrado $\sigma^2 = 1.837$ $\downarrow$ 1.35	12.86 $\downarrow$ 1.837 Varianza
	1.14		
	1.14		
	.86		
	.86		
	.86		
	1.86		

Para agrupados

$$\sigma^2 = \frac{\sum f (x - \bar{x})^2}{n}$$

16/02/2017

DM

Edad

$f|x-\bar{x}|$

Arterios	#Womens	x	$ x-\bar{x} $	f
21-30	28	25.5	10.26	287.28
31-40	30	35.5	0.26	7.8
41-50	12	45.5	9.74	116.88
51-60	2	55.5	19.74	39.48
61-70	2	65.5	29.74	59.48
71-80	2	75.5	39.74	79.48
				Σ 590.4

$$DM = \frac{590.4}{76}$$

76

$$DM = 7.76842$$

DE

$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
105.2676	2947.4928
.0676	2.028
94.8676	1139.6112
389.6676	779.3352
884.46	1768.92
1579.26	3158.52
Σ	9795.4144

$$\sigma^2 = \frac{9795.4144}{76}$$

$$\sigma^2 = 128.887$$

$$\sigma = 11.353$$

17/02/2017

Temperatura

Frecuencia

96.5-96.8	1
96.9-97.2	8
97.3-97.6	14
97.7-98.0	22
98.1-98.4	19
98.5-98.8	32
98.9-99.2	6
99.3-99.6	4

17/02/2017

Con los datos anteriores calcular:

Media, mediana, moda, DE, DM, V

Para ello se necesitan

Temperatura	F	f_x	f_a	$(x - \bar{x})$	$F(x - \bar{x})^2$
96.5-96.8	1	96.65	1	1.117	1.248
96.9-97.2	8	776.4	9	.717	4.113
97.3-97.6	14	1364.3	23	.317	1.407
97.7-98.0	22	2152.7	45	.083	.15
98.1-98.4	19	1866.35	64	.483	4.432
98.5-98.8	32	3156.4	96	.883	24.95
98.9-99.2	6	594.3	102	1.283	9.876
99.3-99.6	4	397.8	106	1.683	11.33
	Σ	10405.7			Σ 57.505 40.55

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_x}{n} = \bar{x} = 98.16698$$

$$\bar{x} = L_1 + \frac{n/2 - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a \quad \bar{x} = 98.05 + \frac{53 - 45}{19} \cdot (.4)$$

$$\bar{x} = 98.22$$

$$\hat{x} = L_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot a$$

$$\hat{x} = 98.45 + \frac{(32 - 19)}{13 + 26} \cdot .4$$

$$\hat{x} = 98.58$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f(x - \bar{x})^2}{n} \rightarrow \sigma^2 = \frac{40.55}{106} \rightarrow \sigma^2 = \frac{.3825}{.5425} \rightarrow \sigma = .6185$$

21/02/2017

Medidas de Posición

→ Cuartil ($K=1, 2, 3$)

$$q_k = L_i + \frac{\frac{kn}{4} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

→ Decil ($K=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$):v

$$d_k = L_i + \frac{\frac{kn}{10} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

→ Percentil ($K=1 - 99$):v

$$p_k = L_i + \frac{\frac{kn}{100} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

Usando el ejemplo de las temperaturas

Calcular: el ~~3er~~ ~~cuartil~~

a) q_3

b) d_4

c) d_6

d) p_{19}

e) p_{30}

$$a) q_k = L_i + \frac{\frac{kn}{4} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

$$q_k = 98.45 + \frac{\frac{3(106)}{4} - 64}{32} \cdot .4$$

$$q_k = 98.64375 \rightarrow q_3$$

$$b) d_k = L_i + \frac{\frac{kn}{10} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

$$d_k = 97.65 + \frac{42.4 - 23}{22} \cdot .4$$

$$d_k = 98.0027$$

$$c) d_k = L_i + \frac{\frac{kn}{10} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

$$d_k = 98.05 + \frac{63.6 - 45}{14} \cdot .4$$

$$d_k = 98.44158$$

$$d) p_k = L_i + \frac{\frac{kn}{100} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

$$p_k = 97.25 + \frac{20.14 - 9}{14} \cdot .4$$

$$p_k = 97.5683$$

$$e) pK = Li + \frac{\frac{n}{100} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$$

$$pK = 97.65 + \frac{31.8 - 23}{22} \cdot 4$$

$$pK = 97.81$$

22/02/2017

Ejercicio Las calificaciones de los exámenes se muestran

Score	Frecuencia	x	fx	f _{ai}	x - x̄	(x - x̄)²	f(x - x̄)²
10 ≤ x < 20	2	14.5	29	2	45	2025	4050
20 ≤ x < 30	5	24.5	122.5	7	35	1225	6125
30 ≤ x < 40	7	34.5	241.5	14	25	625	4375
40 ≤ x < 50	21	44.5	934.5	35	15	225	4725
50 ≤ x < 60	36	54.5	1962	71	5	25	900
60 ≤ x < 70	40	64.5	2580	111	5	25	1000
70 ≤ x < 80	27	74.5	2011.5	138	15	225	6075
80 ≤ x < 90	9	84.5	760.5	147	25	625	5625
90 ≤ x < 100	3	94.5	283.5	150	35	1225	3675

Calcular **TODO** lo calculable: v

Σ 36550

a) $\bar{x}$: $\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\bar{x} = \frac{8925}{150}$ $\bar{x} = 59.5$

b) $\tilde{x}$: $\tilde{x} = Li + \frac{\frac{n}{2} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$ $\tilde{x} = 60 + \frac{75 - 71}{40} \cdot 10$ $\tilde{x} = 61$

c) $\hat{x}$: $\hat{x} = Li + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} \cdot a$ $\hat{x} = 60 + \frac{4}{4 + 13} \cdot 10$ $\hat{x} = 62.353$

d) σ^2 : $\sigma^2 = \frac{\sum f(x - \bar{x})^2}{n}$ $\sigma^2 = \frac{36550}{150}$ $\sigma^2 = 243.6667$

e) σ : $\sigma = \sqrt{243.6667}$ $\sigma = 15.61$

f) q_1 : $qK = Li + \frac{\frac{n}{4} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$ $qK = 50 + \frac{37.5 - 35}{36} \cdot 10$ $q_1 = 50.694$

g) q_3 : $qK = Li + \frac{\frac{3n}{4} - f_{ai-1}}{f_i} \cdot a$ $qK = 70 + \frac{112.5 - 111}{27} \cdot 10$ $q_3 = 70.55$

h) d_1 : $dK = 40 + \frac{15 - 14}{21} \cdot 10$ $d_1 = 40.476$ d_7 : $dK = 60 + \frac{105 - 76}{40} \cdot 10$ $d_7 =$

i) p_{26} :

p_{88} :

Diagrama de Caja y Brazos

Se usan los cuantiles y los límites de la población

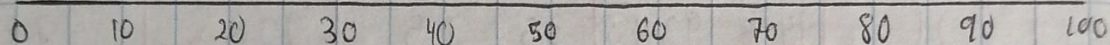
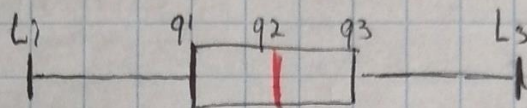
$$L_1 = 10$$

$$q_1 = 50.694$$

$$q_2 = 61$$

$$q_3 = 70.55$$

$$L_3 = 100$$



01/03/2017

IB Math Studies 3er Ed Pagina 188

2-a) i)

ODOT

Rango global = Del valor mas bajo al mas alto

Rango intercuartilico = Del q_1 al q_3

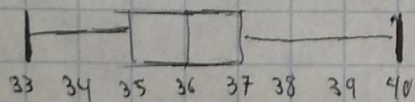
Midde half = ~~Toda~~ Valores del q_1 y q_3

$$5 = a) 36.2553$$

$$b) i) 7$$

$$ii) 2$$

c)



02/03/2017

IB Math Studies 3er Ed Pag 195

- a) 9
b) $17/60 \times 100 = 28.33\%$
c) 30 $q_2 = 7\text{ cm}$
d) 15 $q_1 = 5.8\text{ cm}$ 45 $q_3 = 8.3\text{ cm}$ $8.3 - 5.8 = 2.5$
e) 90% = #54 $\rightarrow \dots$ ~~2.5 cm~~

IB Math Studies 3er Ed Pag 196

- a) 27 min
b) 29 min
c) 31.4 min
d) $31.4 - 27 \rightarrow 4.4$
e) 28.4 min

13/03/2017

N = Naturales

Z = Enteros

R = Reales

Q = Racionales

R = Reales

Q' = Irracionales

R' = Imaginarios

Relación de Pertenencia

$E \rightarrow$ pertenece a

$Q \in R \rightarrow$ Los racionales pertenecen a los reales :v

Ejemplo:

$$A = \{x \mid 0 \leq x \leq 9\}$$

Forma Implícita

~~A es un conjunto~~ A es un conjunto de valores "x" tal que x es mayor o igual a 0 y menor o igual a 9

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Forma Explícita

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad B \in A$$

Intersección de conjuntos ($\cap$)

Ej. $A \cap B$

Intersección de los conjuntos A con B

Ej.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \cap B = \{4, 5, 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ es par}\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ es impar}\}$$

$$C \cap D = \{\}$$
 ó $C \cap D = \emptyset$ Conjunto vacío

NUNCA se ponen $\{\}$ y $\emptyset$ juntos >:v

Unión de conjuntos ($\cup$)

Elementos que pertenecen a A o a B o ambos

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Unión Exclusiva ($\sqcup$) Debería ser U. Excluyente

Elementos que pertenecen a A o B pero no a ambos xd

$$A \sqcup B = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$$

14/03/2017

Matemáticas Simplificadas pag 241

Ejercicio 7

Sean los conjuntos

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$D = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$F = \{14, 15, 16, 17, 18\}$$

$$G = \{12, 14, 16, 18\}$$

Determinar

1- $A \cup B$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

11- $C' = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$

2- $B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12\}$

12- D'

3- $C \cup D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

13- $A - B = \{0, 8\}$

4- $D \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 12\}$

14- $C - D$

5- $A \cap B$

$$A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

15- $E - B$

6- $A \cap D = \{4, 6\}$

16- $B - A = \{1, 3, 12\}$

7- $C \cap E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

17- $A' \cap B$

8- $B \cap C$

18- $A \cup B'$

9- $A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$

19- $B' \cap E'$

10- B'

20- $A' - G$

$$B' = \{0, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

21- $(A \cup B)'$

22- $(A \cap B)'$

23- $A \cup B \cap C$

24-

25-

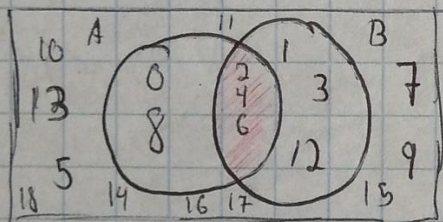
26-

15/03/2017

Diagramas de Venn

$$A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

U



27-

28-

29-

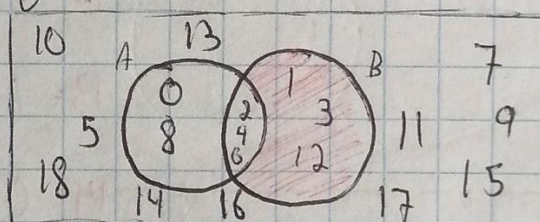
30-

31-

32-

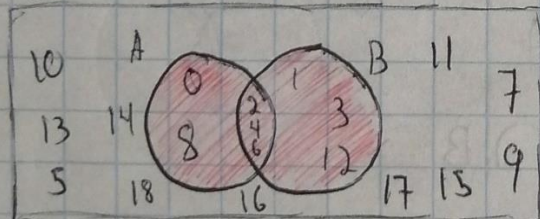
$$B - A$$

U



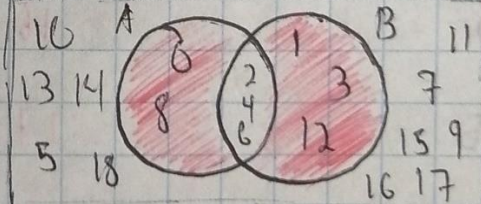
$$A \cup B$$

U

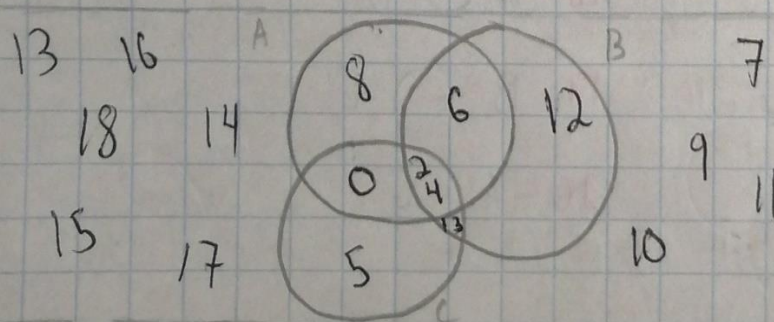


$$A \subseteq B$$

U



U



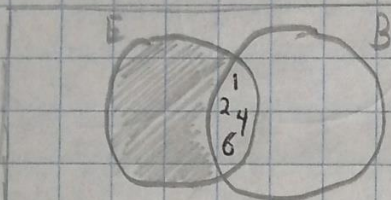
$$A \cap B \cap C = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cup B \cap C$$

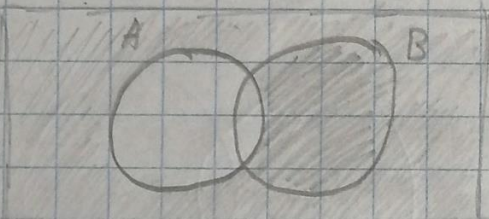
$$A \cup B \cup C$$

$$[A \cup B \cup C]^c$$

$$15 = E - B$$

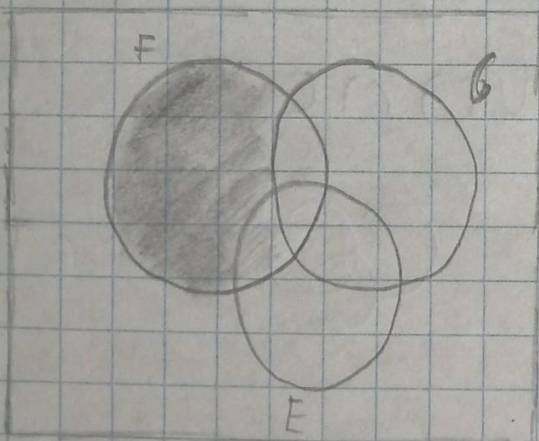


$$17 = A' \cap B$$

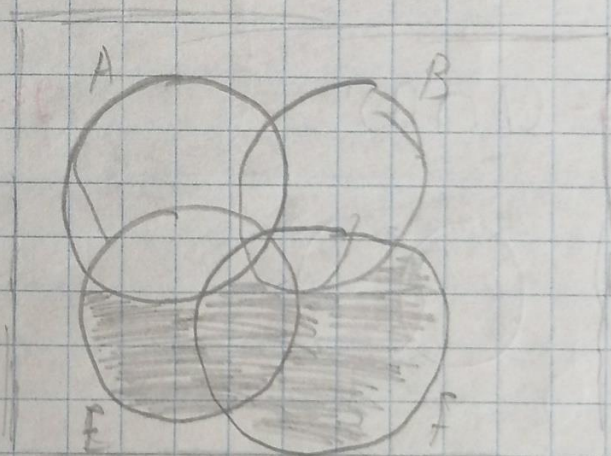


eso es igual a $B - A$

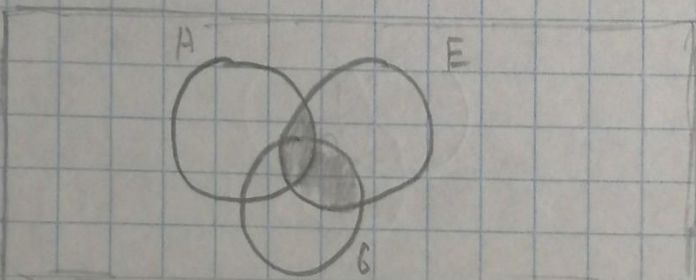
$$25 = (F - G) \cap E'$$



$$(A' \cap B') - (E' \cap F')$$

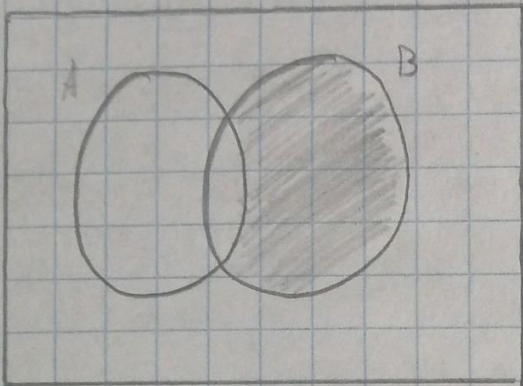


$$27 = E \cap (A \cup G)$$

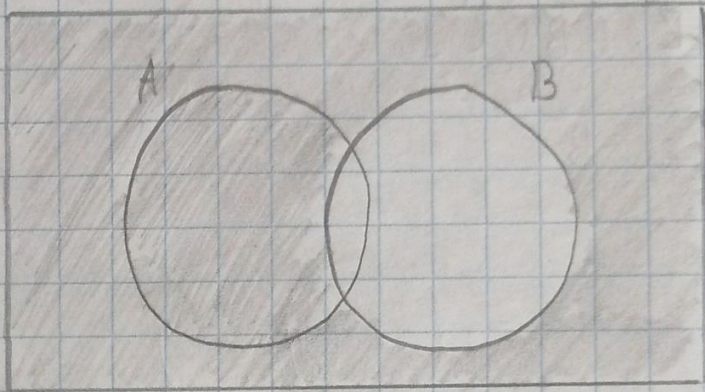


17/03/2017

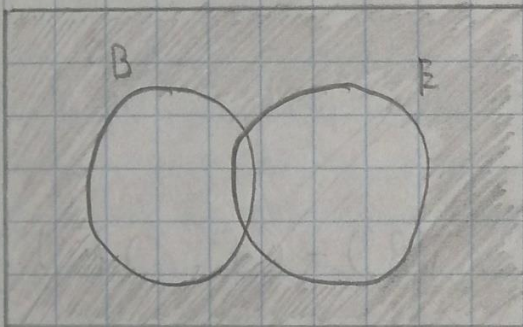
16- $B - A$



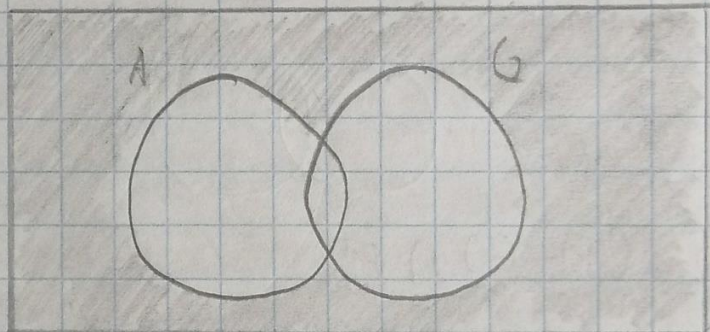
18- $A \cup B'$



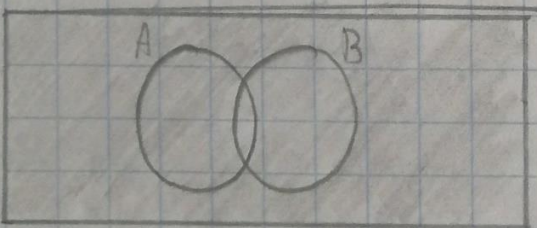
19- $B' \cap E'$



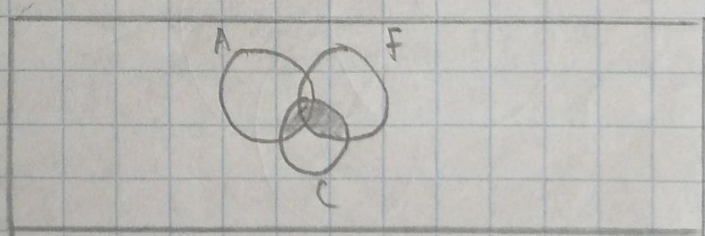
20- $A' - G$



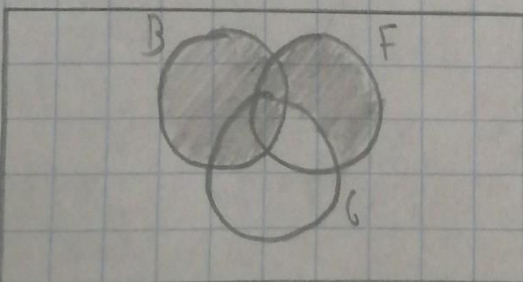
22- $(A \cap B)'$



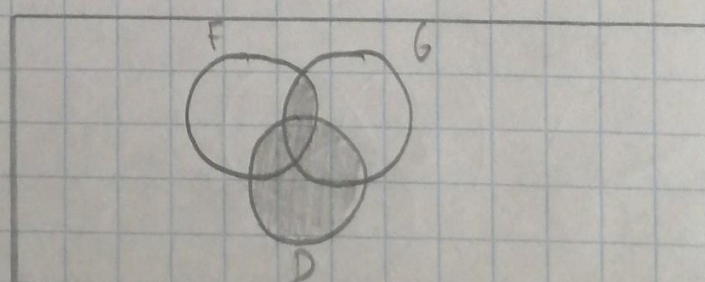
23- $(A \cup F) \cap C$



24- $B \cup (F - G)$



26- $(F \cap G) \cup D$



21/03/2017

Ejercicio

1- Se realizó una encuesta a 82 alumnos por sus gustos musicales. Los resultados fueron los siguientes:

A 32 les gusta el pop, a 33 el rock, a 36 el reggae, a 10 les gusta pop y rock, a 11 pop y reggae, a 9 rock y reggae, a 4 les gustan los 3 estilos y a 7 otros

a) ¿Cuántos prefieren sólo rock?

b) ¿ "

reggae?

c) ¿ "

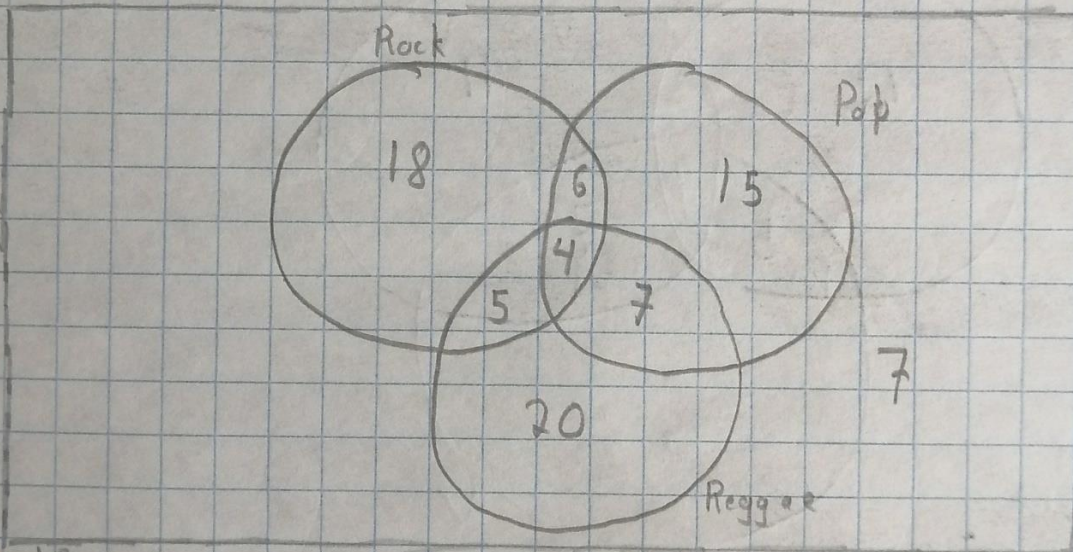
"

únicamente pop y reggae?

d) ¿ "

"

rock reggae?



a) 18

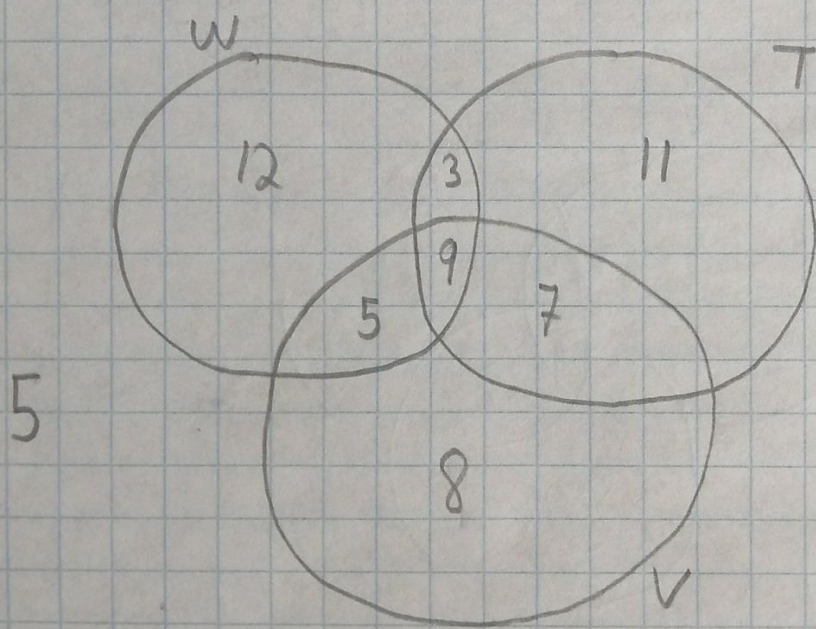
b) 20

c) 7

d) 5

Matemáticas Simplificadas pag 247

4- Total = 60 personas
12 whisky y tequila
16 vodka y tequila
14 whisky y vodka
29 whisky
30 tequila
29 vodka
9 Lo k pegue xd



- a) 5
- b) 15
- c) 55
- d) 31

22/03/2017

pag 236 Math 3erd

Logica

Proposición $\rightarrow$ puede ser verdadero o falso

- Ej
- a) $11 - 5 = 7$ Falso
 - b) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ Verdadero
 - c) $12 \in (\text{números impares})$ Falso
 - d) ¿Que tan alto eres? Oie khé

No son proposiciones las preguntas, apreciaciones subjetivas

Conectores Logicos

• Negación ($\neg$)

Niega una proposición

- Ej:
- p : Un hexagono tiene 6 lados $\neg p$: Las lineas paralelas eventualmente se encuentran
 - $\neg p$: Un hexagono no tiene 6 lados $\neg q$: Las lineas paralelas no se encuentran

	p	$\neg p$
p	V	F
q	F	V

• Conjunción ($\wedge$)

Cuando ocurre el evento A "y" el evento B se cumplen los dos

- Ej:
- p : 5 es prime $\therefore q \wedge p = V$
 - q : 5 es impar $\therefore$
 - r : Cuadrado = 4 lados $\therefore r \wedge s = F$
 - s : Triangulo = 5 lados
 - t : $39 < 27$ $\therefore t \wedge u = F$
 - u : $16 > 23$

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
V	F	F
F	V	F
V	V	V

• Disyunción ($\vee$)

Cuando ocurre A "o" B hay una disyunción

p: 5 = impar

$\therefore p \vee q = V$

q: 5 = primo

r: Cuadrado = 4 lados

$\therefore p \vee q = V$

s: Triangulo = 5 lados

t: $39 < 27$

$\therefore t \vee v = F$

v: $16 > 23$

p	q	$p \vee q$
F	F	F
V	F	V
F	V	V
V	V	V

• Disyunción Exclusiva ($\veebar$)

Cuando A "o" B ocurren pero no ambas a la vez

p	q	$p \veebar q$
F	F	F
V	F	V
F	V	V
V	V	F

23/03/2017

Ej 7 239 Math 3erd

a) p: A Phillip le gusta el helado
q: " " " " la gelatina

$p \wedge q$

b) $p \vee \neg q$

c) a: $x > 10$ $a \wedge b$

b: $x \in \text{primo}$

d) Juan va a las montañas o la playa pero no ambas

a: Juan va a las montañas

$a \leq b$

b: " " la playa

e) p: La PC está on 7p
f) a) Angela tiene relación 7a ∧ b

f) a) Angela tiene un reloj 7916
b) Angela tiene cel

g) p : Maya estudió español $p \vee q$
 q : " " francés

h) a: Oigo Arlene a v b
b: Oigo avión

8- $p \vee q$ $\vee$ $p \wedge q$ $\rightarrow$ $p \vee q$ son $\vee$

Me

p: F

r: f

4: 7

V: F

g: V

5: ✓

$$u: V$$

u: ✓

$$q \wedge v = v$$
$$r \underline{v} s = v$$
$$\partial V_w = V$$
$$f'v = f$$
$$r V_S = V$$
$$r A_s = F$$

Tautología: Cuando todas las posibles combinaciones = V
Contradicción Lógica: " " " " " " = F

Contradicción Lógica:

$$(\neg q \wedge p) \wedge (q \vee \neg p)$$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \wedge p$	$q \vee \neg p$	$(\neg q \wedge p) \wedge (q \vee \neg p)$
V	V	F	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	F

24/03/2017

Demostar que $\neg(p \wedge q)$ y $\neg p \vee \neg q$ son equivalentes lógicos

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Tienen una equivalencia lógica

Para las siguientes proposiciones construir la tabla. Determinar si es tautología o contradicción lógica

a) $\neg(p \vee q)$

d) $p \wedge (p \vee q)$

b) $\neg p \wedge \neg q$

e) $(p \wedge q) \wedge (p \neq q)$

c) $(p \vee q) \vee \neg q$

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$	$(p \vee q) \vee \neg q$	$p \wedge (p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge (p \neq q)$
V	V	V	F	F	V	V	F
V	F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	F	F

a)

b)

c)

d)

e)

Tautología

Contradicción

27/03/2017

Implicación y Equivalencia

* Implicación

Si ocurre "p" entonces ocurre "q"

$p \rightarrow q$

p: antecedente

q: consecuente

	p	q	$p \rightarrow q$
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	V
4.	F	F	V

1. Si traigo libro, leo ✓

2. Si traigo libro, no leo X

3. Si no traigo libro

4.

- 1- Si el día está shido salimos ✓
- 2- " " " " " " no salimos ✗
- 3- " " " " " " salimos ✓
- 4- " " " " " " no salimos ✓

* Equivalencia

"p" si y solo si "q"

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Math 3Erd pag 243

- 4- a) $p \rightarrow q$
- b) $q \rightarrow p$
- c) $\neg q$
- d) $\neg p$
- e) $\neg p \rightarrow \neg q$
- f) $p \rightarrow \neg q$
- g) $\neg q \rightarrow p$
- h) $p \leftrightarrow q$

Ex 28/03/2017

Implicación
 $p \rightarrow q$

Conversa
 $q \rightarrow p$

Inversa
 $\neg p \rightarrow \neg q$

Contrapositiva
 $\neg q \rightarrow \neg p$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Equivalencia Lógica

Escriba la conversa e inversa de los siguientes enunciados

Si un triángulo es equilátero, ^{entonces} sus 3 lados tienen la misma longitud

Converso Si un triángulo tiene 3 lados iguales **entonces** es equilátero

Inverso Si un triángulo no tiene 3 lados iguales **entonces** no es equilátero

Si $2x^2 = 12$, entonces $x = \pm \sqrt{6}$

Converso Si $x = \pm \sqrt{6}$ **entonces** $2x^2 = 12$

Inverso Si $x \neq \pm \sqrt{6}$ **entonces** $2x^2 \neq 12$

↔
Kmbialas

Escriba la contrarrecíproca de los enunciados
Los líquidos siempre toman la forma del contenedor en el que están colocados

Contrarrecíproca Si un material no toma la forma de un recipiente **entonces** no es líquido

Todos los buenos jugadores de basket son buenos botando el balón

C Si un jugador es bueno botando el balón **entonces** es buen jugador de basket

Todos los arbitros toman buenas decisiones todo el tiempo

C Si no toman buenas decisiones todo el tiempo **entonces** no es arbitro

le va al America EV - Ahmed - 2017

29/03/2017

Ej

Considere el siguiente argumento:

Lucy tendrá que trabajar hoy si y solo si **1**
Paula esta enferma. **2**

Paul no esta enfermo **2**

Por lo tanto, Lucy no trabajará hoy **3**

a) Escriba la premisa y conclusión del argumento en termino de las proposiciones p : Lucy tiene que trabajar hoy y q : Paul está enfermo

b) Escriba el argumento en forma lógica

c) Haga una tabla de verdad para demostrar que es valido

a) **1** $p \leftrightarrow q$
2 $\neg q$
3 $\neg p$

b) $(p \leftrightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$

Si Lucy tiene que trabajar si y solo si Paul no esta enfermo y Paul no lo esta, entonces Lucy no trabajará

c)

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge \neg q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V

A numa

El argumento es sierto xd

OMG
QO

Don ha visitado a Australia o Nueva Zelanda
 Don ha visitado Nueva Zelanda
 Por lo tanto Don no ha visitado Australia

a) $p \vee q$

b) $(p \vee q) \wedge q \rightarrow \neg p$

c)

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge q$	Todo eso $\rightarrow \neg p$
V	V	V	V	F
V	F	V	F	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

30/03/2017

Londres se encuentra en China si y solo si 20 es múltiplo de 5

20 es múltiplo de 5

Por lo tanto Londres esta en China

1- p: Londres esta en China

q: 20 es múltiplo de 5

$p \leftrightarrow q$

$(p \leftrightarrow q) \wedge q \rightarrow p$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge q$	$\rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

Joel fue al cine o al teatro la noche anterior
pero no a ambas

Joel no fue al cine : 'v No vi Fragmentados : 'v

Por lo tanto lo fui al teatro : 'v que son

$$p \leq q$$

$$(p \leq q) \wedge \neg p \rightarrow q$$

$$\begin{array}{c} \neg p \\ \hline q \end{array}$$

p	q	$p \leq q$	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	F	F	V	V

A veces si fui 0_0

31/03/2018

Probabilidad

Teorema de Bayles

$$P(A) = \frac{A}{n} \rightarrow \text{Noticia (Odds)}$$

Cuando $P(A) = \frac{0}{n} \rightarrow$ Evento imposible

Cuando $P(A) = \frac{n}{n} \rightarrow$ Evento seguro

Propiedad de la Probabilidad:

$$0 \leq P \leq 1$$

a nunca siempre

Eventos excluyentes $p + q = 1$

Ej: Pablo viaja mucho en su carro, y mantiene un registro de qué tan seguido llena el tanque, misma que se muestra

Determina la probabilidad de que haya un lapso de 4 días entre recargas y haya al menos 4 días entre recargas

Días entre
recargas

1	37
2	81
3	48
4	17
5	6
6	1

$$n = \sum f = 190$$

$$P_a = \frac{17}{190} = .089$$

$$P_b = \frac{24}{190} = .126$$

c) Calcular la P de que recargue en menos de 4 días

$$P_c = \frac{166}{190} = .873 \quad B \text{ y } C \text{ son excluyentes}$$

$$229 + 111 = 340$$

$$(229 - x) + (111 - x) = 268$$

$$229 + 111 - 2x = 268$$

$$340 - 268 = 2x$$

$$72 = 2x$$

$$36 = x$$

Una canica se selecciona al azar de una caja que contiene 5 verdes, 3 rojos y 7 azules. Determine la probabilidad de que la canica sea

a) roja $\frac{3}{15}$ $\frac{1}{5}$.2 $\geq P(r)$

b) azul $\frac{7}{15}$ $\frac{7}{15}$ $P(a)$

c) que no sea roja $\frac{12}{15}$ $\frac{4}{5}$.8 $P(r')$

d) que no sea verde ni azul .2 $P(v' \cup a')$

e) verde o roja $\frac{8}{15}$ $P(v \cup r)$

f) ni roja ni verde $\frac{7}{15}$ $P(v' \cup r')$

$$P(r) + P(r') = 1$$

02/05/2017

e) Un tablero de dardos tiene 36 sectores marcados del 1 al 36. Determine la probabilidad de que un dardo lanzado al centro golpee en

a) Un múltiplo de 4 $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32$ $\frac{9}{36}$ 25

b) Un número entre 6 y 9 incluyéndolos $\frac{4}{36}$ $\frac{1}{9}$

c) Un número mayor que 20 $\frac{16}{36}$

d) Que caiga en 9 $\frac{1}{36}$

e) Impar múltiplo del 3 $\frac{6}{36}$

f) Un múltiplo de 4 y 6 $\frac{3}{36}$
12, 24, 36

g) Un múltiplo de 4 o 6 $\frac{12}{36}$
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

$$18 - 6 = 12$$

03/05/2017

- Eventos compuestos $P(A \cup B)$ Que ocurra A o B

- Eventos m. excluyentes $P(A \cup B) = P_A + P_B = 1$

- Eventos no excluyentes $P(A \cup B) = P(A) + P_B - P(A \cap B)$

✓ Eventos independientes P_A no influye en P_B

$$P(A \cap B) = P_A \cdot P_B$$

✓ Eventos dependientes $P(A \cap B) = P_A \cdot P(B|A)$

$P(B|A)$ = Probabilidad de que ocurra el evento B dado que ocurrió A

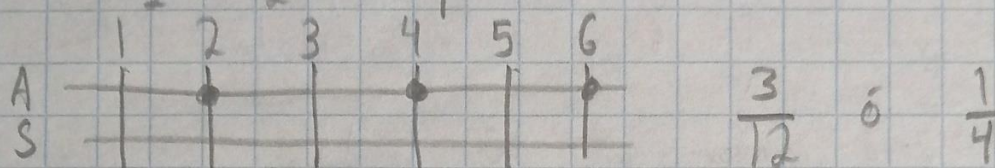
ej. Una persona lanza un dado y una moneda

Determine la P de que el dado sea par y la moneda en águila

A = Par 50%
B = Aguila 50%

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Wow k pez :v



Ejemplo

Calcule la probabilidad de tomar 2 cartas de 1 baraja y que ambas ~~ten~~ sean de ♥

52 cartas
13 de ♥

$\frac{13}{52}$

$\frac{12}{51}$

$$P(A \cap B) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} = \frac{1}{17}$$

Una escuela tiene 2 fotocopadoras en un día, la maquina A tiene un 8% de posibilidad de descomponerse y la B tiene un 12% de posibilidad. Determine la P de que ambas maquinas ~~na funcionan~~

a) Funcionen bien

b) No lo hacen

a) $.92 \cdot .88 = .8096$

b) $.08 \cdot .12 = .0096$

2- A una pareja le gustaria tener 4 hijos, ninguno de los que será adoptado. Ellos estaran desilusionados si los niños no nacen:

Niño - Niña - Niño - Niña. Determine la probabilidad de que sean felices

$\frac{1}{16}$

3- Dos tiradores disparan simultaneamente. Roberto acierta el 70% y Benita el 80%. Determine que

a) Ambos acierten .56

b) Ambos fallen .06

c) R la meta y B no .14

d) B la meta y R no .24

$$P \rightarrow AB \neq BA$$

$$C \rightarrow AB = BA$$

18/05/2017

Permutaciones

1- ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden formar con las cifras impares?

1 3 5 7 9

$$5P_3 = 60$$

2- ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden formar con el 0, 1, 2, 3, 4, 5?

El número no puede iniciar con 0

$$5 \cdot 5 \cdot 4$$

3- ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los impares? Aquí si se puede repetir: u

$$5^3 = 125$$

4- ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se pueden formar con las cifras pares, ¿cuántos de ellos son mayores de 50,000?

0 2 4 6 8

$$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$$

$$2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48$$

5- Con 1, 2 y 3 ¿cuántos números de 5 cifras se pueden formar? ¿Que probabilidad hay de que sea par?

$$3^5 = 243$$

$$3^4 = 81$$

$$\frac{81}{243} = \frac{1}{3}$$

Con el • y — del 2 sistema morse ¿cuántos señales distintas se pueden enviar usando como maxime 4 pulsaciones

(con 4: 2^4)

(con 3: 2^3)

$$2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 30$$

Un grpo esta compuesto por 5 hombres y 7 mujeres, se formara un comite de 2 mens y 3 womens. ¿De cuantas maneras se puede formar si

a) Puede pertenecer a el cualquier hombre y mujer

b) Una mujer determinada debe pertenecer al comite

c) Dos hombres determinados no pueden pertenecer al comite

a)

$${}^5C_2 \times {}^7C_3 = 350$$

$${}^5H \quad {}^2H$$

$${}^7M \quad {}^3M \quad \text{Van } H \text{ (y) } M \therefore \text{ se } \times$$

b)

$${}^5C_2 \times {}^6C_2 = 150$$

$$c) {}^3C_2 \times {}^7C_3 = 105$$

De cuantas formas se pueden mezclar los 7 colores del arcoiris si se toman 3 de ellos

$7C_3$

Un men tiene 5 monedas de diferentes valores. Cuantas sumas diferentes puede formar

$${}^5C_5 = 1$$

4 libros distintos de mate, 6 diferentes de fisica y 2 distintos de quimica se colocan en un estante. ¿De cuantas formas posibles se pueden ordenar si

a) Los libros de asignatura deben de estar juntos

b) Solo los de mate deben de estar juntos

$$a) 6! \cdot 4! \cdot 2! = 34560 \text{ y esto por } 6 \text{ porque hay } 3P3 \text{ posibilidades de asignatura } \rightarrow 207,360$$

$$b) 4P4 \cdot 9P9 = 8,709,120$$

Por mate

Por 8 libros
y que sería
el bloque de
mate

Una mesa está conformada por 8 personas, ¿de cuántas formas distintas se sentarían, si el presi y el secre siempre van juntos

$$7! \cdot 2 =$$

¿De cuántas maneras se pueden colocar en línea recta 5 canicas de colores?

$$5!$$

¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar con 10 dígitos si:

a) Se pueden repetir los números

b) No se pueden repetir

c) No puede haber repeticiones y debe ser múltiplo de 10

a)

$$9 \cdot 10^3$$

b)

$$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

c)

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1$$

¿De cuántas maneras se puede formar un grupo de 4 objetos de un total de 10?

210

* Con 7 consonantes y 5 vocales ¿cuántas palabras se forman con 4 c distintas y 3 v distintas se formarían

— — — — —

Con las letras de libretas ¿cuántas palabras se pueden hacer que inicien con vocal

$T=8$

$v=3$

$\overline{3} \quad \overline{7} \quad \overline{6} \quad \overline{5} \quad \overline{4} \quad \overline{3} \quad \overline{2} \quad \overline{1}$

15120

25/05/2017

Tablas de Contingencia

La siguiente tabla muestra datos acerca de quejas recibidas en la cafetería acerca de servicios de internet en 4 años

	2010	2011	2012	2013	
Razón	585 ²⁰¹⁰	2011	2012	2013	2010
Acceso	1822	1127	2545	1612	585
Cobranza	242	2102	3136	3582	1822
Contrato	3	440	719	836	242
Credito	42	44	118	136	3
S. al cliente	na	282	1181	1946	12
Desconexión	56	na	na	248	na
Fallas	93	79	126	384	56
Privacidad	1	86	57	60	93
Cobertura		122	209	311	1
		4282	8085	9109	3015

Encuentre la P de que una queja sea por

- En 2012 por S. al cliente
- Que en cualquier momento durante los 4 años por cobranza
- Que en 2013 no se haya relacionado a cobranza o fallas

$$a) \frac{1181}{8085} \approx .146$$

$$b) \frac{10642}{24491} \approx .564$$

$$c) \frac{5143}{9109} \approx .433$$

La siguiente tabla muestra los visitantes a Australia de abril a junio a 2011

Razon	Abril	Mayo	Junio
1	8300	18400	8800
2	27200	33900	32000
3	77000	52700	59900
4	159300	119300	156500
5	4200	4300	5500
6	9800	7900	12500
7	35200	28000	33200
Total	321500	260900	308300

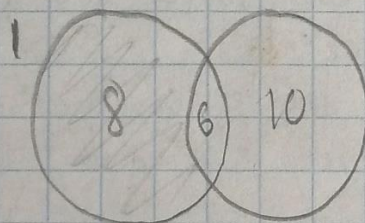
- a) Eneventra P de que una persona que visito australia en junio lo haya hecho por n° 4
- b) Halla P que alguien vaya en mayo
- c) Un men iego en abril, mayo o junio, fue con su brother ¿cual es la P que haya iegado en abril?

$$T = 25$$

$$P = 14$$

$$CH = 16$$

$$\text{Both} = 6$$



$$P = P \cap CH$$

$$\frac{CH \cap P}{P}$$

- ¿P.P? $14/25$
- ¿P dado que CH? $6/16$
- ¿P dado que no CH? $8/16$

$$P_{A/B} = P_A \text{ dado que } B \rightarrow \frac{P_{A \cap B}}{P_B}$$

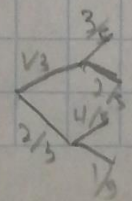
Estante superior, 3 latas separa calabaza y 2 l separa pollo

inferior: 4 calabaza y 4 pollo

Lucas tiene el doble de garrafas de la repisa inferior

Determina P

$$P_{Es} / P$$



$$\frac{2/5}{4/5} = \frac{2}{4}$$