14/08/2017

Materia: Estudios Matematicos VII
Docente: Edgar Ahmed Muñoz Guzman

Distribuciones de Probabilidad
Distribución Binomial
La probabilidad binomial se utiliza para experimentos con 2 posibles resultados, exito (ocurre el suceso) o fracaso (pos no)
Bajo esta perspectiva la probabilidad de que ocurra un evento se calcula así:

$$P_{(x)} = {}_nC_x \, P^x \, Q^{n-x}$$

donde $P_{(x)}$: Probabilidad de que ocurra x
n: total de eventos
x: veces que ocurre el evento
P: Probabilidad que ocurra
Q: " " que no ocurra

Ejemplo
En el caso de Castañeda ~~vs~~ contrapartida se señaló que el 80% de la población es mexico-estadounidense, al seleccionarse 1 jurado de 12 personas solo 5 eran mexicoestadounidenses. Determine si la población tiene una distribución normal

Datos:
$\bar{x} = np$
$\sigma = \sqrt{npq}$

$\bar{x} = 9.6$

Calcular la probabilidad de que un jurado elegido al azar tenga solo 5 mens mexico-usaianas

$n = 12$
$x = 5$
$p = 0.8$

${}_{12}C_5 \cdot (0.8)^5 \cdot (0.2)^7$

0.00332%

$n = 12$
$x = 10$
$p = 0.8$

${}_{12}C_{10} \cdot .8^{10} \cdot .2^2$

28.34%

1.- Un agente de seguros vende polizas a 5 personas de la misma salud y con buena salud
Segun las tablas actuales, la probabilidad de que una persona de estas condiciones vivar 30 años o mas es de 2/3. Encontrar la P de que tras 30 años vivan:
a) Las 5 personas
b) Exactamente 2 mens
c) Al menos 3 mens

$$P_x = {}_nC_x \, p^x \cdot q^{n-x}$$

$n = 5$
$p = 2/3$
$q = 1/3$

a) $P_5 = {}_5C_5 \, (2/3)^5 \cdot (1/3)^0$
$1 \cdot \quad \cdot 1 = 0.131$

b)
$P_2 = {}_5C_2 \, (2/3)^2 \, (1/3)^3 = 0.164$

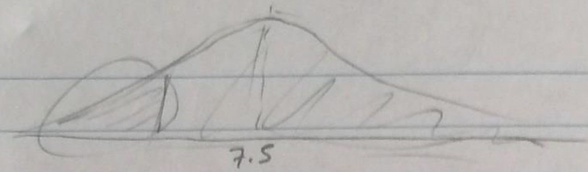
c) $P_3 = {}_5C_3 \, (2/3)^3 \, (1/3)^2 = 80/243$
$P_4 = {}_5C_4 \, (2/3)^4 \, (1/3)^1 = 80/243$
$P_5 = {}_5C_5 \, (2/3)^5 \, (1/3)^0 = 0.131$
0.781

d) Calcula la probabilidad de que sobreviva 1 o menos
~~$P_1 = {}_5C_1 \, (2/3)^1 \, (1/3)$~~ $\rightarrow 1 - (0.781 + .164)$
~~$P_0 = {}_5C_0 \, (2/3)^0$~~

0.055

Supóngase que el 15% de la población es zurda.
Hallar la probabilidad de que en un grupo de 50 mens haya:
a) Por lo menos 5 zurdos
b) Entre 3 y 6 zurdos
c) Exactamente 5 zurdos $\quad {}_{50}C_5 \, (.15)^5 \, (.85)^{45} = .107$

$n = 50$
$p = 15$
$q =$



a) P_0 0.00029576 $2.957 \cdot 10^{-4}$
P_1 $2.609 \cdot 10^{-3}$
P_2 0.01128
P_3 0.0318
P_4 0.06605

0.1120347   1 − Ans = 0.8879

b) $P_3 = .0318$
$P_4 = .06605$
$P_5 = .107$
$P_6 = .1419$

.3468

17/08/2017

Distribución de Poisson

$$P(x) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!} \quad ó \quad \frac{\mu^x}{x! \cdot e^{\mu}}$$

$e = 2.71828$

$\mu = \bar{x}$

- Eventos raros $P < .05$

ejemplo

El autor descubrió que en un mes (30 días), hizo 47 llamadas por celular, las cuales se distribuyeron de la siguiente manera:

# Días	Llamadas x día
17	0
7	1
2	3
2	4
1	12
1	14

a) Calcule la media de llamadas por día
b) Use la D de Poisson para calcular la P de un día sin llamadas
c) Calcule la P de hacer 1 llamada en un día

$\bar{x} = n\phi$

prom simple $= \dfrac{\sum x}{n}$

prom ponderado $= \dfrac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \ldots x_n \cdot w_n}{w_1 + w_2 + \ldots w_n}$

a) $\bar{x} = 1.56 \dfrac{\text{llamadas}}{\text{día}}$ $\dfrac{0(17) + (1) \cdot 7 + 3(2) + 4(2) + 12(1) + 14(1)}{30}$

b) $P_{(0)} = \dfrac{(1.56)^0 \cdot e^{-1.56}}{0!} = 0.21$

c) $P_{(1)} = \dfrac{(1.56)^1 \cdot e^{-1.56}}{1!} = 0.3278$

d) Calcule la P de hacer 2 llamadas o más
0.46205

En un año hubo 116 muertes por homicidio en Richmond, Virginia. Para un día seleccionado al azar, calcule que el no. de muert/hom sea
a) 0 0.7283
b) 1 0.230
c) 2 0.036
d) 3 0.00389
e) 4 0.000308

$\mu = 116 \frac{m}{a}$ hay que convertir a día: $116 \frac{m}{a} \left[\frac{1}{365} \frac{a}{d} \right]$

$0.317 \frac{m}{d}$

np

1.- El 3% de los bulbos electricos fabricados en una empresa estan defectuosos. Encontrar la P de que en una muestra de 100 bulbos, 4 o más sean defectuosos

$\mu = np \qquad \bar{x} = 3$

$$\frac{3^x \cdot e^{-x}}{x!}$$

$x=0 = 0.0497$
$x=1 = 0.149$
$x=2 = 0.224$
$x=3 = 0.224$
$.6467 \qquad 1 - ans = .3533$

Segun la oficina de estadistica del depto de salud, la cantidad de ahogados accidental anual es de 3 por cada 100mil mens. Hallar P de que en una ciudad donde hay 200mil mens haya anualmente:

$$P_x = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!} \qquad \mu = 6/200{,}000$$

a) 0
b) 6
c) 8
d) Entre 4 y 8
e) Menos de 3

a) $2.47E^{-3}$
b) .1606
c) .10325
d) .4512
e) .59737

7- Si se lanzan 3 veces un par de dados, ¿cual es la probabilidad de obtener 9 una sola vez?

$P(9) = 1/9$

$P(x) = {}_3C_1 \cdot (1/9)^1 \cdot (8/9)^2$

$P = .26337$

En una empresa la ~~est~~ media # de llamadas recibidas son 2.5/minuto. Encuentre P de que en un minuto hayan 3 o más llamadas

$\frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!}$

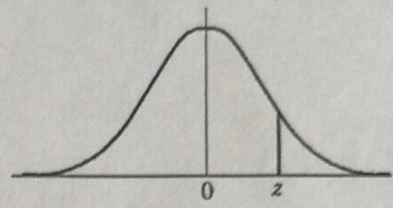
$P_1 = .0820$

$P_2 = .205$

$P_3 = .25$

$.5380$

Áreas bajo la curva normal estándar, desde 0 hasta z



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000

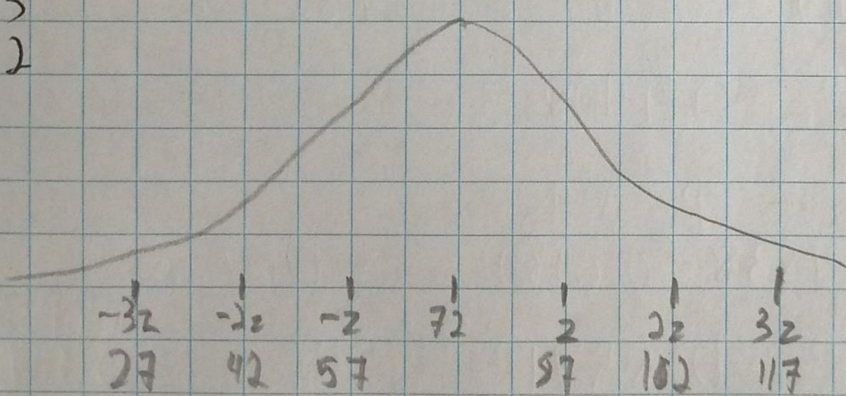
En una escuela la altura prom de los menores es 170 cm y la σ es de 5 cm

Estandarizar las unidades

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

ej. En un examen final de mate la media fue de 72 y la σ de 15. Determinar las puntuaciones estandar que obtuvieron

a) 60
b) 93
c) 72
d)



a) $z = \frac{60 - 72}{15} = -0.8$

b) 1.4

c) 0

Suponga que la cantidad de juegos que participan los mens de la MLB en su carrera se distribuyen normalmente con $\bar{x} = 1500$ gamos y una σ de 350

a) ¿Que % juegan mas de 2000?

b) " " " menos de 750 "

c) " " " mas de 1200 "

				z	2z	3z
450	800	1150	1500	1850	2200	2550

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

a) $z = \frac{2000 - 1500}{350}$

$z = 1.42 \rightarrow P = 0.422$

Para se lee de z a ese lugar entonces se resta

$0.5 - 0.422 = 0.078$ 7.8%

b) $z = \frac{750 - 1500}{350} = -2.1428$

$z = -2.1428 \rightarrow P = 0.4838$

$0.5 - 0.4838 = 0.0162$ 1.62%

c) $z = \frac{1200 - 1500}{350} = -0.8571$

$z = -0.8571 \rightarrow P = .3023$

$.3023 + .5 = .8023$

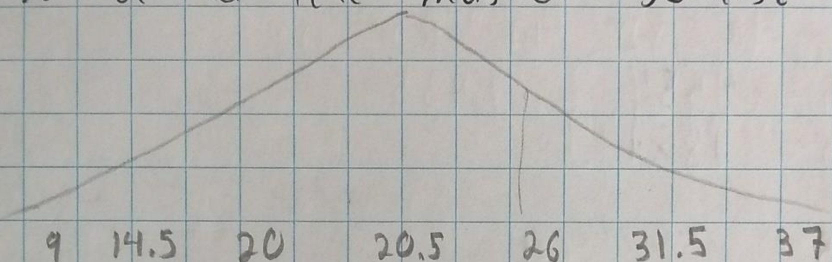
d) Calcule el % de mans que juegan entre 1000 y 1900 juegos

$z_1 = 1.4285$ P_1 .4222

$z_2 = 1.1428$ P_2 .3729

$P_1 + P_2 = .7951$ 79.51%

Se estima que la cant de hrs/semana de los mens del CEM watchan TV tiene una dist. normal con una media de 20.5 hrs y una σ de 5.5 hrs.
Determine P de que al tomar a un men al azar ste men vea menos de 25 hrs/semana la tele.
¿Que % ve la tele más de 30 hrs?

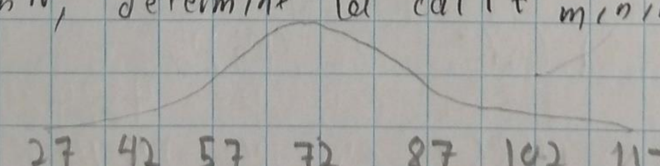


a) .81 P= .2910 0.791

b) 1.72 P= .4573 4.27%

Ejemplo:
En un examen final de mate la media fue de 72 y la σ de 15
¿Cual es la P de que un men saque entre 60 y 93 pts?
Aquellos mens que esten encima del percentil 90 recibiran un reconocimiento, determine la calif minima?

a)



$z_1 = -0.8$ $P_1 = .2881$
$z_2 = 1.4$ $P_2 = .4192$

$\left.\begin{matrix} P_1 = .2881 \\ P_2 = .4192 \end{matrix}\right\} .7073$

b) 90% → .4
El mas cercano: 1.28

$1.28 = \frac{x - 72}{15}$ $[1.28(15)]+72$

91.2 //

En un examen de estadística, la puntuación media es 82 pts
y σ de 10
a) Calcular la P de que un men saque entre 65 y 90 pts
b) Los mens con calificación por debajo del 1er cuartil serán requeridos por el área de tutoría, determinar la calif para estar entre stos mens

a)

52 62 72 82 92 102 112

$z_1 = -1.7 \quad P_1 = .4554$
$z_2 = .8 \quad P_2 = .2881$
$\Big\} .7435$

b) 25% $\quad .25 \quad P = .69$

$$.69 = \frac{x - 82}{10} \rightarrow$$

Ejercicio
Las estaturas de hombres adultos tienen una d. normal con media de 70 pulgadas y σ de 3
a) Qué % mide menos de 65"?
b) " " " más de 72"
c) " " está entre 68 y 73"?

a)

61 64 67 70 73 76 79

$$z = \frac{65 - 70}{3} = -1.666 \qquad P = .4525$$

$.5 - P = 4.75\%$

b) $z = .666 \quad P = .2486 \quad .5 - P = 25.14\%$

c) $z = -.666 \quad P = .2486$
$z = 1 \quad P = .3413$
$\Big\} 58.99\%$

$68 < x < 73$

Ej: Los inges toman en cuenta el ancho de cabeza de los mens para el diseño de cascos de moto, ese parametro es normal xd con $\mu = 6''$ y σ de $1''$. Determinar el ancho de cabeza min y max que se ajustarían a los cascos, si se ajustan a todos los mens excepto al 3% com mas pequeños y mas grandes

3% → 1.88 $\quad 1.88 = \frac{x-6}{1} = 7.88$

$\underline{4.12 \text{ y } 7.88}$ $\quad -1.88 = \frac{x-6}{1} = 4.12$

Las calif de womans en la SAT son de forma normal, con μ de 998 y σ de 202. Si una woman saca calif que corresponde al percentil 67. Calcule la calif real en la SAT

P=67 $\quad z = .44 \quad .44 = \frac{x-998}{202}$

$\underline{1086.88}$

23/08/2017

Ej. La duración de embarazos se distribuye normalmente con media de 268 días y σ de 15. Una woman dice que dio a luz 308 días despues de una breve visita de su esposo que trabaja en la marina. Dada la info. calcule la P de que dure 308 días o más

¿Que sugiere el resultado?

¿Se estipula que un bebe es prematuro cuando la duración esta en el 4% inferior, determine la duración que indica si es o no prematuro

223 238 253 268 283 298 313

$z = \frac{308 - 268}{15}$ $z = 2.67$ $P = .4962$ $\underline{R = .0038}$

b) Que es poco probable xd
Asi que engañaron al men

c)

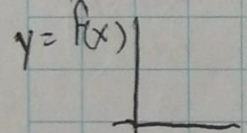
$P\ .04 \rightarrow .96 \rightarrow .46$ $z = 1.75$

$-1.75 = \frac{x - 268}{15} = 241.75$

28/08/2017

Regresión Lineal y Correlación

Correlación:



El valor de y varia en función del valor x

Correlación: Fuerza Co intensidad con que se relacionan las variables
Se mide con "r"

Ej.
En la siguiente tabla se muestra el # de cigarillos que fuman por día 12 voluntarios en un estudio, así como el contenido de nicotina en sangre, determinar el "r"

x	y	x^2	y^2
60	179		
10	283		
4	75.6		
15	174		
10	209		
1	9.51		
20	350		

x	y	x^2	y^2	xy
8	1.95			
7	43.4			
10	25.1			
10	408			
20	344			
Σx	Σy			
175	2102.46			

$(\Sigma x)^2 = 30625$

$(\Sigma y)^2 = 4420338.052$

$\Sigma x^2 = 5155$

$\Sigma y^2 = 601709.792$

$\Sigma xy = 37111.51$

$$r = \frac{n(\Sigma xy) - (\Sigma x)(\Sigma y)}{\sqrt{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2} \cdot \sqrt{n(\Sigma y^2) - (\Sigma y)^2}}$$

$$\frac{12(37111.58) - (175)(2102.46)}{\sqrt{12(5155) - 175^2} \cdot \sqrt{12(801709.792 - (2102.46)^2}}$$

$$\frac{77407.62}{295,742.46} \Big\} 0.26$$ Correlación debil

Para una selección de familias en gastos de abarrotes anuales se ve aquí:
Haz un diagrama

Ingreso	55	36	25	47	60	64	42	50
Gastos abarrotes	120	90	60	160	190	250	110	150

$\}$ $n = 8$

$\Sigma x = 379$
$\Sigma y = 1130$
$\Sigma x^2 = 19115$
$\Sigma y^2 = 184900$
$(\Sigma x)^2 = 143641$
$(\Sigma y)^2 = 1276900$
$\Sigma xy = 58380$

Con la formula

$$\frac{38770}{\sqrt{9279} \cdot \sqrt{202300}}$$

$r = 0.8948$

30/08/2017

Calcular pendiente

Pendiente:

$r^2 = 0.8007$

$$a = \frac{n(xy) - (\Sigma x)(\Sigma y)}{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$y = mx + b$ ordenada al origen
pendiente

$a = 4.178$

$b = \bar{y} - a\bar{x}$ $\bar{y}$ = Prom gastos

$b = 141.25 - 4.178(47.375)$

$b = -56.6946$

Recta de regresión
$y = 4.178x - 56.69$

31/08/2017

6.-

Posición	A	B	C	D						
Distancia	2	5	3.5	6.2	4.5	1.5	7	4.1	3	5.6
Tiros logrados	17	6	10	5	8	18	6	8	13	9

$y = -2.337x + 19.91$

$r = -0.911$

$r^2 = 0.83$

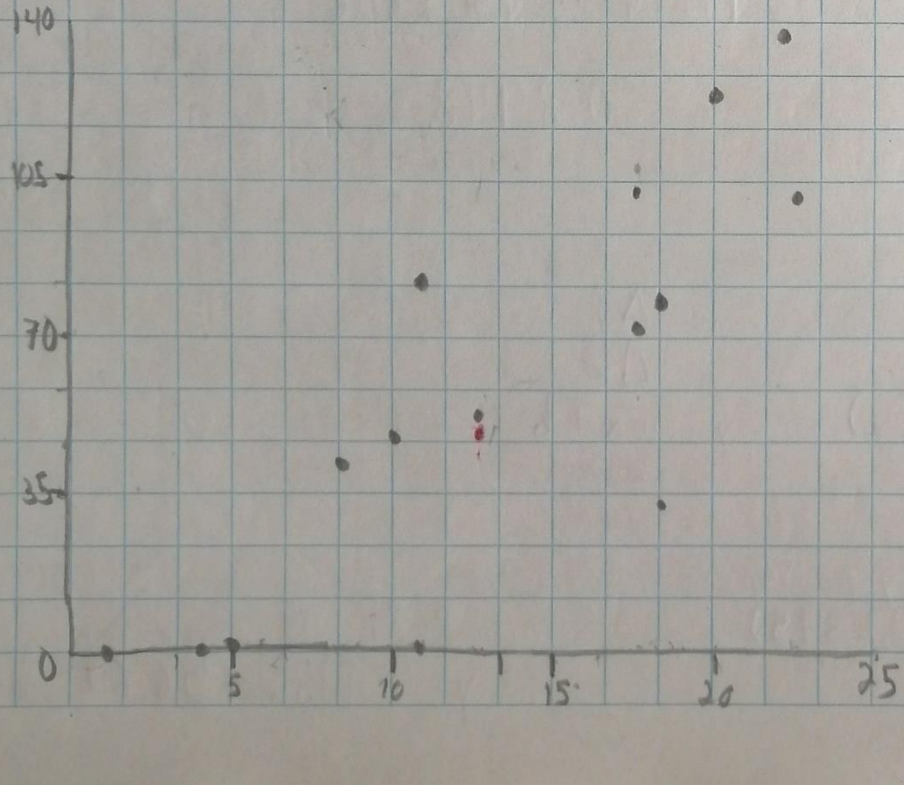
Entonces la probabilidad de encestar es 83% de la distancia

Una tienda de ropa registró la cant. tiempo que los clientes han permanecido en la tienda

Tiempo	8	18	5	10	17	11	2	13	18	4	11	20
$	40	78	0	46	72	86	0	59	33	0	0	122

23	22	17
90	137	93

a) Haga un diagrama de puntos



axb

B) Calcula el gusto medio:

$\bar{x} = 13.266$ $r = 0.8246$

$\bar{y} = 57.066$ $r^2 = 0.68$ → ¿cuanto y depende de x?

$f(x) = y = 5.596x - 17.18$

c) $f(15) = 5.596(15) - 17.18$

$y = 66.76$ €

06/09/2017

x^2

Un men quiere saber si hay una relación entre el genero de las personas y su gusto por el futból para lo que se encuestaron 50 mens y se obtuvo lo siguiente:

	Gusto	No Gusto	
Hombre	21	5	26
Mujer	7	17	24
	28	22	50

$x^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$ fo = f. observada

fe = f. esperada

a) $\frac{26}{50} \cdot \frac{28}{50}$ fe = np $\cancel{50} \cdot \left[\frac{26}{\cancel{50}} \cdot \frac{28}{50}\right]$

14.56

b) 11.44

c) 13.44

d) 10.56

$2.8484 + 3.625 + 3.085 + 3.927 = 13.485$

11/09/2017

La siguiente tabla muestra los resultados de 400 adultos seleccionados al azar y clasificados de acuerdo al género y frecuencia con la que realizan ejercicio

	Regular	No regular	T		
H	110	106	216	112.32	103.68
M	98	86	184	95.68	88.32
T	208	192	400		

f_o	f_e	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
110	112.32	5.3824	0.0479
98	95.68	"	0.0519
106	103.68	"	0.0562
86	88.32	"	0.0609
			$x^2 = 0.21$

Grados de libertad: $df = (n-1)(k-1)$

Prueba formal de x^2

1.- Se plantea la hipotesis formal de la prueba (hip. nula)
La hip nula dice que las variables son independientes
La hip alternativa niega la nula
2.- Se calcula x^2
3.- Se calcula K (Valor critico de x^2)
4.- Si $x^2 > K$ entonces se rechaza la H_o

12/09/2017

La prueba practica para licencia de motociclista en ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ difiere en F y A. Un estudio de 2 sistemas arrojó esto:
Una prueba de x^2 con 10% de error se usa para investigar si el resultado es independiente al país
a) Plantee la H_o y H_a
b) Construya la tabla esperada
c) Saque x^2

d) Usando la corrección de continuidad de Yakes para hallar x^2

e) ¿Que conclusión serías

a) H_0 = El resultado es independiente del país
H_a = " " no es independiente del país

b)

	Pass	Fail			
Francia	56	29	85	63.818	21.181
Al ~~España~~	176	48	224	168.18	55.818
	232	77	309		

c) $\underline{5.303}$

d) Yakes → $x^2 = \sum \frac{(|fo - fe| - 0.5)^2}{fe}$

fo	fe	$(\|fo - fe\| - 0.5)^2$	$\frac{Ans}{fe}$
56	63.818	53.553	.8391
176	168.181	53.567	.3185
29	21.181	53.567	2.529
48	55.818	53.553	.9594
			4.64

k = 2.71

$x^2 > k$
$4.64 > 2.71$

13/09/2017

2- Inteligencia y fumar :v

	Retarded	Normal	Pro	Descendiente del Conocimiento :v	T
No fumo	279	386	96	2	763
Poquito	123	201	58	5	
Un chorro	100	147	64	2	
T	502	734	218	9	

	Retarded	Normal	Pro	
No fuma	279	386	98	763
Poquito	123	201	63	387
Un chorro	100	147	66	313
	502	734	227	1463

a) H_0 = La inteligencia es independiente a la fumacion
H_a = Pos nel

b)

TABLE IV

Chi-Square (χ^2) Distribution

Area to the Right of Critical Value

Degrees of Freedom	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	—	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.071	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209
11	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725
12	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217
13	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141
15	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000
17	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566
21	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932
22	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289
23	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638
24	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980
25	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314
26	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642
27	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.963
28	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278
29	14.257	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588
30	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892

Querido lector:
Has llegado al apartado más épico de esta carpeta:

CÁLCULO DIFERENCIAL

Introducción al Cálculo

Funciones

Expresión matemática que relaciona 2 conjuntos de valores
$f(x)$

Funciones

Algebraicas
- Lineal
- Cuadratica
- Cubica

Exponenciales
- Exponencial
- Logaritmica

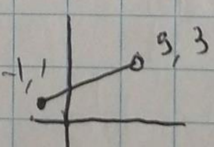
Trigonometricas
- $\operatorname{sen} x$
- $\cos x$
- $\tan x$

Dominio y Rango de una función

Conjunto de x — Conjunto de y

o = Intervalo abierto
• = Intervalo cerrado

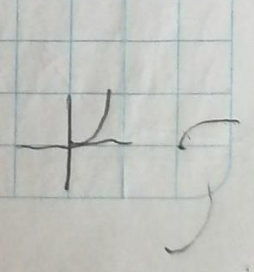
Ejemplo



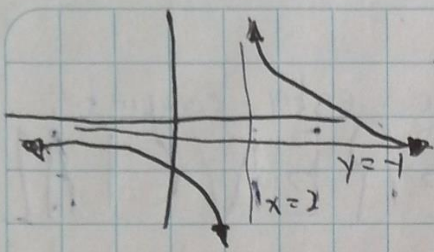
$D = \{x \mid -1 \leq x < 5\}$
$R = \{y \mid 1 \leq y < 3\}$

ó

$D = [-1, 5)$
$R = [1, 3)$



$x \in R$



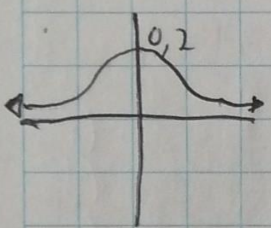
$D = \{x \mid x \neq 2\}$
$R = \{y \mid y \neq -1\}$

ó

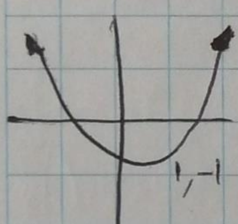
$D = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$
$R = (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$

Ejercicio

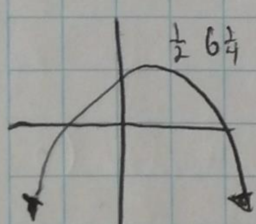
Notación de conjunto — Notación de Intervalo



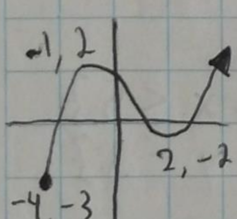
$D = \{x \mid x \in R\}$ — $D = (-\infty, \infty)$
$R = \{y \mid 0 < y \leq 2\}$ — $R = (0, 2]$



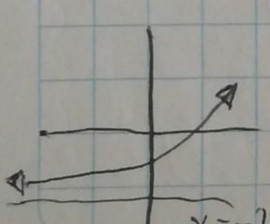
$D = \{x \mid x \in R\}$ — $D = (-\infty, \infty)$
$R = \{y \mid y \geq -1\}$ — $R = [-1, \infty)$



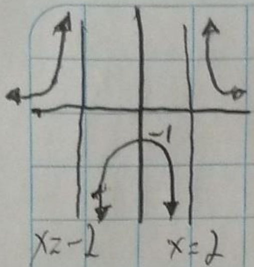
$D = \{x \mid x \in R\}$ — $D = (-\infty, \infty)$
$R = \{y \mid y \leq 6\frac{1}{4}\}$ — $R = (-\infty, 6\frac{1}{4}]$



$D = \{x \mid x \geq -4\}$
$R = \{y \mid y \geq -3\}$



$D = \{x \mid x \in R\}$
$R = \{y \mid y > -2\}$



$D = \{x \mid x \neq \pm 2\}$

$R = \{$

Indeterminación

a) $4/0$

b) $\sqrt{-9}$

$f(x) = \dfrac{x^2+5}{x+3}$ $\quad D = \{x \mid x \neq -3\}$

$h(x) = \sqrt{4x-6}$ $\quad D = \{x \mid x \geq 1.5\}$

Numa pero como sabes eso men?

Pos facil men mira

$4x - 6 \geq 0$

$4x \geq 6$

$x \geq \dfrac{6}{4}$

$x \geq 1.5$

Acuerdate men si multiplicas por un negativo to $\geq$ cambia a $\leq$ o viceversa ¿va? xd

$l(x) = \dfrac{x^3 + 6x^2 - 9x + 7}{x^2 - 7 = 0}$

$x^2 - 7 = 0$

$x^2 = 7$

$x = \pm\sqrt{7}$

26/09/2017

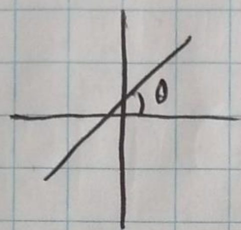
Funciones lineales

$f(x) = mx + b$

$m = \tan \theta$

ó

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



Ejemplo

El valor de un coche t años despues de su compra está dada por la expresión $V(t) = 25,000 - 3000t$

a) Encuentre el valor inicial

b) Encuentre $V(3)$

c) Calcula el tiempo en el que el valor es 10,000

t = vind

V = vdep

$V(t) = -3000t + \underbrace{25,000}_{b}$

Donde la recta pasa por y

a) 25,000 :V

b) $V(3) = -3000(3) + 25000$

$V(3) = -9000 + 25000$

$V(3) = 16,000$

c) $10,000 = -9000x + 25000$

$\frac{-15,000}{-3,000} = x$ $\quad x = 5$

Un electricista realiza un cargo de 60 USD por hacer un trabajo y 45 t por cada hora que pasa en él

a) Determinar la función del costo

b) Use eso para saber el costo total para un trabajo de 6.5 hrs

a) $45x + 60$ $\quad x$ = horas $\quad y$ = costo

b) $45(6.5) + 60 = 352.5$

~~Funciones Cuadráticas~~

Un tanque de lluvia contiene 265 l de awa. Se coloca la tapa, se abre y 11 l se escapan l/minuto

a) Haga una tabla para el volumen de awa en l que restan despues de t minutos, para t = 0, 5, 10, 15 y 20 y 25 min

b) Grafique el volumen vs tiempo

c) Determine la función $V_{(t)}$

d) Utilice b para determinar la cantidad de awa para saber cuanto queda despues de 12 min

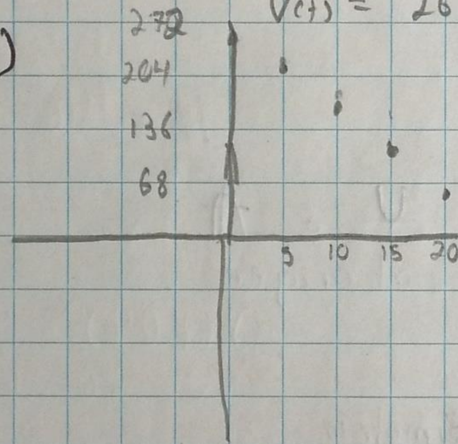
e) t que se necesita vaciarse completamente

$V_{(t)} = 265 - 11t$

a)

t	V
0	265
5	210
10	155
15	100
20	45
25	-10

b)



c) $V_{(t)} = 265 - 11t$

d) $V_{(t)} = 133$

e) $\frac{0 - 265}{-11} = t$ $\qquad t = 24.09091$

$3.6\ km/h = 1\ m/s$

Funciones cuadraticas

Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una $V = 90\ km/h$; determinar una función que nos permita calcular la altura del objeto con respecto al tiempo para esto

$h = V_i t + \frac{1}{2} g t^2$

$V_i = 90\ km/h$

$g = -9.8\ m/s$

$h = 25t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$

$h = 25t - 4.9t^2$

Propiedades

a Define si es $\cup$ ó $\cap$

c Es la ordenada al origen

2- $P(x) = -x^2 + 20x$

a) Halla el ~~v~~ eje de simetría

b) Halla el vertice

a) $x = \frac{-b}{2a}$ $x = \frac{-20}{-2}$ $x = 10$

b) $-10^2 + 20(10)$

$-100 + 200$

$\$100$

3- El costo promedio de hacer x TV's por semana es $C(x) = x^2 - 40x + 500$ USD por TV

a) Cuantas teles se harán por semana para minimizar el costo promedio

b) Halle el minimo costo promedio

c) Cuantas teles se hacen por semana si el costo es 200 por Tele

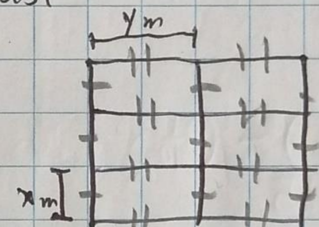
a) $x = \frac{40}{2}$ $x = 20$

b) $20^2 - 40x + 500$ $y = 100$

c)

$$1200 = x^2 - 40x + 500$$
$$0 = x^2 - 40x + 300$$
$$0 = (x - 30)(x - 10)$$

4- 1800 m de malla están así



a) Explica por qué $9x + 8y = 1800$

b) Demuestra que el área total se da por $A = -\frac{9}{8}x^2 + 225x$ m^2

c) Si el área encerrada se maximiza, ¿cuál es el tamaño de c/corral?

a) Porque es el perímetro más los interiores — = 9 || = 8

b) Área c/corral

$A = xy$

Despejar y

$$y = \frac{1800 - 9x}{8}$$

$$A = x\left(225 - \frac{9}{8}x\right) \longleftarrow y = 225 - \frac{9}{8}x$$

$$A = -\frac{9}{8}x^2 + 225x$$

c) $x = \frac{-b}{2a}$ $x = \frac{-225}{2 \cdot -\frac{9}{8}}$ $x = 112.5$

~~$y = 25{,}185.9375$~~

$y = 11{,}074.21875$

B4

9- El costo total de x tostadoras por día se da por $C = C\frac{1}{10}x^2 + 20x + 25$ euros y el precio de venta de cada tostadora es de $44 - \frac{1}{5}x$ ¿Cuantos tostadoras maximizan la ganancia total

Cada tostadora $= 44 - \frac{1}{5}x$

x tostadora $= x(44 - \frac{1}{5}x) \rightarrow 44x - \frac{1}{5}x^2$

$G = V - C$

$G = (44x - \frac{1}{5}x^2) - (\frac{1}{10}x^2 + 20x + 25)$

$G = -\frac{3}{10}x^2 + 24x + 25$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-24}{2 \cdot -\frac{3}{10}}$

$\# = 40$

03/10/2017

Funciones Exponenciales

1- a) $2^x = 20$

$x \log 2 = \log 20$

$x = \frac{\log 20}{\log 2}$ $\quad x = 4.322$

d) $(1.2)^x = 3$

$x \log 1.2 = \log 3$

$x = \frac{\log 3}{\log 1.2}$ $\quad x = 6.02568$

c) $3^x = 30$

$x \log 3 = \log 30$

$x = \frac{\log 30}{\log 3} = x = 3.096$

b) $2^x = 100$

$x \log 2 = \log 100$

$x = 6.644$

e) $(1.04)^x = 4.238$

$x = 36.819$

$_{n+1}C_{k+1} = {}_nC_k + {}_nC_{k+1}$

2 - Una hierba cubre un campo de $A(t) = 3 \cdot (1.08)^t$ m^2 despues de t días
a) Halla el area inicial
b) Halla el area despues de
i) 2 días
ii) 10 días
iii) 30 días
c) Haga el grafico con a) y b)
d) Cheque con respecto a su poderosisima graficadora
a) 3
b) i) 3.4992
ii) 6.477
iii) 30.188
c) No >:v
d) Que no >>:v
03/10/2017
El valor de un carro se deprecia: $C(t) = 4500 \cdot (0.68)^t + 500$ €
t = años C = euros
a) Grafique eso
b) Calcule el costo inicial
c) Cuanto costará despues de 4.5 años
d) Saque la eQación de la asíntota horizontal
e) Cuanto tomará a que el coche valga 1000 euros
a) No >:v
b) 5000
c) 1293.42
d)
e) $1000 = 4500 \cdot .68^t + 500$
$\frac{500}{4500} = .68^t$ Con la calcu da 5.7 :v

La población de tortugas decrece 7%
En 2005 había 240
a) Halla la función
b) Grafícala
c) Cuántas habrá en 2010
d) Calcule cuando habrá 10 tortugas
a) $240 \cdot (0.93)^t$
b) No >:v
c) 236.53
d) 44 años

03/10/2017

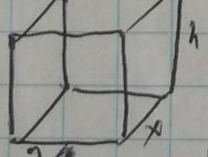
Funciones Especiales

1.- $A_{(r)} = 2\pi r^2 + \frac{20}{r}\ m^2$

a) Halle el dominio
$D = \{x \mid x \neq 0\}$
b) Halle el ~~máxi~~ mínimo
$x = 1.67$
$y = 25.7$

2.- $y = 2x^3 - 17x^2 + 42x - 30$
a) Determina las raíces
b) Los turning points
a)
b)

3.-



$6m^3$

$V = 3x^2h \qquad 6 = 3x^2h \qquad h = \frac{6}{3x^2} \qquad h = \frac{2}{x^2}$

Area $= 2(3x^2) + 2(xh) + 2(3xh)$
$6x^2 + 8xh \rightarrow 6x^2 + 8x\left(\frac{2}{x^2}\right) \rightarrow 6x^2 + \frac{16}{x}$

09/10/2017

Limites

$$\lim_{y \to 0} \frac{4y^5 + 5y^3}{y^4 - y^2}$$

$$\frac{\cancel{y^2}(4y^3 + 5y)}{\cancel{y^2}(y^2 - 1)}$$

$$\frac{4(0)^3 + 5(0)}{0^2 - 1}$$

$$\frac{0}{1}$$

$f(0) \rightarrow 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{5x^n - 3x^{n-1} + 4x^{n-2}}{2x^n - 6x^{n-2}}$$

$$\frac{\cancel{x^{n-2}}(5x^2 - 3x + 4\cancel{x})}{\cancel{x^{n-2}}(2x^2 - 6\cancel{x})}$$

$$\frac{5(0)^2 - 3(0) + 4\cancel{(0)}}{2(0)^2 - 6}$$

$$\frac{4}{-6} \quad -\frac{2}{3}$$

$f(0) \rightarrow -2/3$

$\frac{4}{3}$ $\frac{11}{9}$ 3 $\frac{4}{9}$ $4 - \frac{22}{3} + 6$ 18 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + 2ab + b^2)$

36
108 2

10/10/2017

Hallar el limite de las siguientes funciones

1. $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 7x + 12}$ $\frac{(x-5)\cancel{(x-3)}}{(x-4)\cancel{(x-3)}}$ $\frac{x-5}{x-4}$ $\frac{-2}{-1} = 2$

2. $\lim_{x \to 2/3} \frac{3x - 2}{3x^2 - 11x + 6}$ $\frac{\cancel{3x-2}}{(x-9)\cancel{(3x-2)}}$ $\frac{1}{x-9}$ $\frac{1}{-\frac{7}{3}} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$

$3(3x^2 - 11x + 6)$
$9x^2 - 3 \cdot 11x + 18$
$\frac{(3x-9)(3x-2)}{3}$
$(x-3)(3x-2)$

3. $\lim_{y \to 6} \frac{2y^2 - 15x + 18}{3y^2 - 17y - 6}$ $\frac{y-6(2y-3)}{y-6(3y+1)} = \frac{9}{19}$

$(2y-12)(2y-3)$
$(3y-18)(3y+1)$

4. $\lim_{h \to 1/2} \frac{8h^3 - 1}{1 - 2h}$ $\frac{(2h-1)(4h^2 + 2h + 1)}{1 - 2h}$

$\frac{\cancel{(2h-1)}(4h^2 + 2h + 1)}{-1\cancel{(-1+2h)}} = \frac{1+3}{-1}$ $= -13$

5. $\lim_{w \to -2} \frac{w^2 + 5w + 6}{w^3 + 8}$ $\frac{(w+3)\cancel{(w+2)}}{\cancel{(w+2)}(w^2 - 2w + 4)} = \frac{1}{12}$

12/10/2017

22. $\lim_{x \to -\frac{1}{3}} \frac{9x^2 - 1}{6x^2 + 5x + 1}$ $\frac{\cancel{(3x+1)}(3x-1)}{\cancel{(3x+1)}(2x+1)} = \frac{3x-1}{2x+1} = \frac{-2}{1/3} = -6$

$(6x+3)(6x+2)$
$2x+1 \quad 3x+1$

28. $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$

$\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} = \frac{(x+3) - (2)^2}{x-1(\sqrt{x+3} + 2)} = \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{x-1}(\sqrt{x+3} + 2)} = \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} - \frac{27}{3} \quad -25$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

2

32: $\lim_{x \to 5} \frac{x-5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{5}}{\sqrt{x} + \sqrt{5}}$

$\frac{x-5(\sqrt{x} + \sqrt{5})}{\cancel{x-5}} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{5}}{1} = \sqrt{x} + \sqrt{5} = 4.472$

37: $\lim_{v \to 0} \frac{\sqrt{4-2v+v^2} - 2}{v} = \frac{4-2v+v^2-4}{v(\sqrt{4-2v+v^2}+2)} = \frac{v^2-2v}{v(\ldots)}$

$\frac{\cancel{v}(v-2)}{\cancel{v}(\ldots)}$

$\frac{v-2}{\sqrt{4-2v+v^2}+2}$

$\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

43: $\lim_{x \to 1} \cancel{\frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2}{x-1}}$

$\cancel{\frac{\sqrt[3]{9x^2+4} - 2}{3x-2}} \cdot$

$\frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2}{x-1} \cdot \frac{(9x^2-15x+25)-4}{x-1(}$

$\frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2}{x-1} \cdot \frac{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4}{\text{''} + \text{''} + \text{''}} = \frac{3x+5-8}{\ldots}$

$\frac{3x-3}{\ldots}$

$\frac{3(\cancel{x-1})}{\cancel{x-1}(\ldots)}$

$\frac{3}{\ldots}$

$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

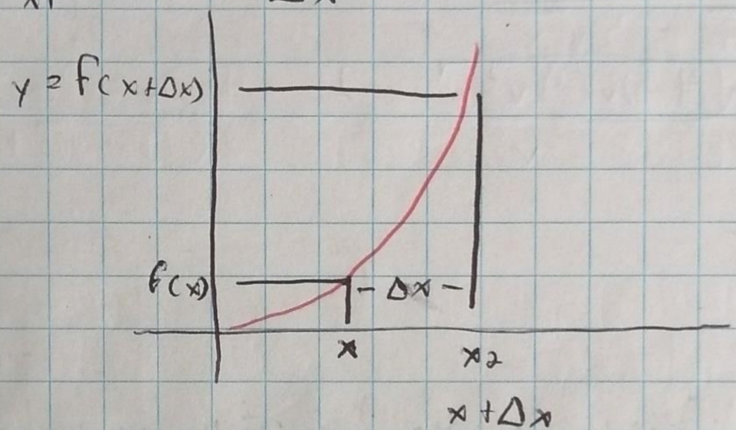
13/10/2017

LA DERIVADA

Geometricamente:

La pendiente de la recta tangente:

$$m = \tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ó \quad \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



$$m \text{ secante} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x + \Delta x - x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Ejemplo

$$y = 4x^2 - 3x + 9$$

$$\frac{4(x+\Delta x)^2 - 3(x+\Delta x) + 9 - (4x^2 - 3x + 9)}{\Delta x}$$

$$4(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) - 3x + 3\Delta x + 9$$

$$\frac{\cancel{4x^2} + 8x\Delta x + 4\Delta x^2 \cancel{- 3x} + 3\Delta x \cancel{+9} \cancel{- 4x^2} \cancel{+ 3x} \cancel{- 9}}{\Delta x}$$

$$\frac{8x\Delta x + 4\Delta x^2 - \cancel{3x} + 3\Delta x}{\Delta x} \qquad \frac{\cancel{\Delta x}(8x + 4\Delta x + 3)}{\cancel{\Delta x}}$$

$$8x - 3$$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

16/10/2017

Ejercicios

1- $y = 4x - 6$ $\qquad 4$

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(4(x+\Delta x) - 6) - (4x-6)}{\Delta x} \rightarrow \frac{\cancel{4x} + 4\Delta x \cancel{- 6} - \cancel{4x} \cancel{+ 6}}{\Delta x}$$

$$\frac{\cancel{\Delta x} \cdot 4}{\cancel{\Delta x}} \qquad 4$$

2- $f(x) = 7x^3 - 9x^2 + 5x - 6$ $\qquad 21x^2 - 18x + 5$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(7(x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3) - 9(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) + 5(x+\Delta x) - 6) - f(x)}{\Delta x}$$

3- $g(x) = \frac{2x-3}{3x+5}$ $\qquad \frac{19}{9x^2+30x+25}$

$$g'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left(\frac{2(x+\Delta x) - 3}{3(x+\Delta x) + 5}\right) - \left(\frac{2x-3}{3x+5}\right)}{\Delta x} = \frac{(2x+2\Delta x - 3)(3x+5) - (2x-3)(3x+3\Delta x+5)}{(3x+3\Delta x+5)(3x+5)}$$

$$\frac{\cancel{6x^2} + \cancel{10x} + \cancel{6x\Delta x} + 10\Delta x - \cancel{9x} - \cancel{15} - \cancel{6x^2} - \cancel{6x\Delta x} - \cancel{10x} + \cancel{9x} + 9\Delta x + \cancel{15}}{:v}$$

$$\frac{10\Delta x + 9\Delta x}{:v} = \frac{\frac{19\Delta x}{:v}}{\frac{\Delta x}{1}} = \frac{19\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x} \; :v} = \frac{19}{9x^2+30x+25}$$

$(a-b)(a+b)$ $\underline{x}$

$h(x) = \sqrt{4x-5}$ $\qquad$ $\dfrac{2}{\sqrt{4x-5}}$

$$\frac{\sqrt{4(x+\Delta x)-5} - \sqrt{4x-5}}{}$$

$$\frac{\sqrt{4x+4\Delta x-5} - \sqrt{4x-5}}{\Delta x}$$

$$\frac{\sqrt{4x+4\Delta x-5} - \sqrt{4x-5}}{\Delta x} \cdot \frac{\sqrt{4x+4\Delta x-5} + \sqrt{4x-5}}{\sqrt{4x+4\Delta x-5} + \sqrt{4x-5}}$$

$$\frac{\cancel{4x}+4\cancel{\Delta x}\cancel{-5}\cancel{-4x}\cancel{+5}}{\cancel{\Delta x}(\sqrt{4x+4\Delta x-5}+\sqrt{4x-5})} \rightarrow \frac{4}{\sqrt{4x+4\cancel{\Delta x}-5}+\sqrt{4x-5}}$$

$$\frac{4}{2\sqrt{4x-5}} = \frac{2}{\sqrt{4x-5}}$$

1- $f(x) = 4x^5 - 3x^3 + 9x^2 - 8$ $\qquad$ $20x^4 - 9x^2 + 18x$

$4(\cancel{x^5} + 5x^4\Delta x + 10x^3\Delta x^2 + 10x^2\Delta x^3 + 5x\Delta x^4 + \Delta x^5) - (\cancel{3x^3} + 9x^2\Delta x + 9x\Delta x^2 + 3\Delta x^3) + 9(\cancel{x^2} + 2x\Delta x + \Delta x^2) \cancel{-8} - (\cancel{4x^5} - \cancel{3x^3} + \cancel{9x^2} - \cancel{8})$

$$\frac{\cancel{\Delta x}(20x^4 + \cancel{40\ldots} + \cancel{40\ldots} + \cancel{20\ldots} + \cancel{\ldots} - 9x^2 + \cancel{9\ldots} + \cancel{3\ldots} + 18x + \cancel{9})}{\cancel{\Delta x}}$$

$20x^4 - 9x^2 + 18x$

2- $g(x) = \dfrac{5x^2+9}{2x+3}$ $\quad \dfrac{10x}{2}$ $\qquad$ $\dfrac{10x^2+30x+18}{(2x+3)^2}$

$$\frac{\dfrac{5(x+\Delta x)^2+9}{2(x+\Delta x)+3} - \dfrac{5x^2+9}{2x+3}}{\Delta x} \rightarrow \frac{\dfrac{5x^2+10x\Delta x+5\Delta x^2+9}{2x+2\Delta x+3} - \dfrac{5x^2+9}{2x+3}}{\Delta x}$$

$\sqrt{x^2+6} \cdot \frac{(x^5)^2}{x^5}$ $\quad \frac{2}{2\sqrt{x^2+6}}$ $\quad \frac{1}{\sqrt{x^2+6}}$

3- $\frac{3}{\sqrt{x^2+6}}$ $\quad -3 \cdot \frac{1}{\sqrt{}}$ $\quad - \frac{3x}{\sqrt{x^2+6} \cdot x^2+6}$

23/10/2017

1- $y = 5x^7 - 6x^5 - 9x^2 + 8x - 6$

$35x^6 - 30x^4 - 18x + 8$

2- $y = \frac{4}{x^5} - \frac{3}{x^4} + \frac{9}{x^3} - \frac{6}{x^2} + \frac{8}{x} - 9x + 6$

$\frac{-20x^4}{x^{10}} - \frac{-3 \cdot 4x^3}{x^8} + \frac{-9 \cdot 3x^2}{x^6} - \frac{-6 \cdot 2x}{x^4} + \frac{-8 \cdot 1}{x^2} - 9$

$-\frac{20x^4}{x^{10}} + \frac{12x^3}{x^8} - \frac{27x^2}{x^6} + \frac{12x}{x^4} - \frac{8}{x^2}$

$-\frac{20}{x^6} + \frac{12}{x^5} - \frac{27}{x^4} + \frac{12}{x^3} - \frac{8}{x^2} - 9$

3- $g(x) = (5x^2+9)^6$

$6(5x^2+9)^5 \cdot 10x$

$60x(5x^2+9)^5$

4- $h(x) = \sqrt[3]{(4x^2+9)^2}$

$\frac{2(4x^2+9) \cdot 8x}{3 \cdot \sqrt[3]{(4x^2+9)}}$

Formulas shidails u, v, w = funciones a, b, c = constantes

$$\frac{d}{dx} a = 0$$

$$\frac{d}{dx} x = 1$$

$$\frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} a x^n = a \cdot \frac{d}{dx} x^n$$

$$\frac{d}{dx} \frac{4}{x^3} \quad 4x^{-3} \quad -12x^{-4} \quad -\frac{12}{x^4} \qquad \frac{d}{dx} \frac{k}{v} = \frac{-k \cdot v'}{v^2}$$

$$\frac{d}{dx}(u+v+w) = \frac{d}{dx} u + \frac{d}{dx} v + \frac{d}{dx} w$$

$$\frac{d}{dx} u^n = n \cdot u' \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{3}{\sqrt{x^2+6}} \quad \frac{3}{(x^2+6)^{1/2}} \quad 3 \cdot (x^2+6)^{-1/2} \quad -\frac{3}{2}(x^2+6)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x$$

$$-3(x^2+6)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{-3x}{\sqrt{(x^2+6)^3}}$$

$$\frac{dy}{dx} \qquad \frac{dx}{da}$$

$\frac{k}{u} = \frac{-k \cdot u'}{u^2}$ $\sqrt{u} = \frac{u'}{2 \cdot \sqrt{u}}$

$\frac{12x^2}{2 \cdot \sqrt{}}$

5 - $i(x) = \frac{9}{\sqrt{4x^3+9}}$ $\frac{9}{(4x^3+9)^{1/2}}$ $9 \cdot (4x^3+9)^{-1/2}$

$-\frac{9}{2} \cdot (4x^3+9)^{-3/2} \cdot 12x^2$

$-\frac{9}{2} \cdot \frac{12x^2}{(4x^3+9)^{3/2}}$ $-\frac{108x^2}{2 \cdot \sqrt{(4x^3+9)^3}} = -\frac{54x^2}{\sqrt{(4x^3+9)^3}}$

6 - $y = \frac{2}{(6x^2+4a)}$ $\frac{-2 \cdot 12x}{(6x^2+4a)^2} = -\frac{24x}{(6x^2+4a)^2}$

25/10/2017

Regla del producto

$\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \cdot v' + v' \cdot u$

ej: $4x^3 (5x^2+9)^3$ $4x^3$ $(5x^2+9)^3$

$f(x)$ $g(x)$ $12x^2$ $30x(5x^2+9)^2$

$f(x) = 120x^4(5x^2+9)^2 + 12x^2(5x^2+9)^3$

$12x^2(5x^2+9)^2 \cdot (10x^2 + (5x^2+9))$

$12x^2(5x^2+9)^2 \cdot (15x^2+9)$

$36x^2(5x^2+9)^2 \cdot (5x^2+3)$

$y = (4x+5)(3x-6)$

$y' = (4x+5)(3) + (4)(3x-6)$

$12x + 15 + 12x - 24$

$24x - 9$

$3(8x-3)$

$f(x) = \sqrt[3]{4x-7}\ (9x^2+5)$

$\frac{4}{3\cdot\sqrt[3]{(4x-7)^2}}$ $\quad 18x$

$\sqrt[3]{4x-7}\ (18x) + \left(\frac{4}{3\cdot\sqrt[3]{(4x-7)^2}}\right)\cdot(9x^2+5)$

$\frac{18x(4x-7)^{1/3}}{1} + \frac{4(9x^2+5)}{3(4x-7)^{2/3}}$

$\frac{54x(4x-7) + 4(9x^2+5)}{3(4x-7)^{2/3}}$

$\frac{252x^2 - 378x + 20}{3\sqrt[3]{(4x-7)^2}}$

Regla del cociente

$y' = \frac{u}{v} = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$\frac{4x-6}{5x+1}$ $\quad \frac{4(5x+1) - (4x-6)5}{(5x+1)^2}$ $\quad 20x$

$\frac{20x + 4 - 20x - 30}{(5x+1)^2}$

$\cancel{\frac{+26}{(5x+1)^2}}$ $\quad \frac{34}{(5x+1)^2}$

$$\frac{2}{2\sqrt{2x+3}} \qquad \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$$

$$y = \frac{7x-9}{\sqrt{2x+3}}$$

$$\frac{7(\sqrt{2x+3}) - (7x-9)(\sqrt{2x+3})^{-1}}{2x+3}$$

$$\frac{\frac{7\sqrt{2x+3}}{1} - \frac{7x-9}{\sqrt{2x+3}}}{2x+3}$$

$$\frac{\frac{7\sqrt{2x+3}(\sqrt{2x+3}) - (7x-9)}{\sqrt{2x+3}}}{2x+3}$$

$$\frac{7 \cdot 2x+3 - (7x-9)}{\sqrt{2x+3}}$$

$$\frac{\frac{14x+21-(7x-9)}{\sqrt{2x+3}}}{2x+3}$$

$$\left[\frac{\frac{7x+\cancel{12}\,30}{\sqrt{2x+3}}}{\frac{2x+3}{1}}\right] \qquad \frac{7x+\cancel{12}\,30}{(2x+3)^{3/2}}$$

$$\frac{7x+30}{\sqrt{(2x+3)^3}}$$

$$s = \sqrt{\frac{4-2t}{5+3t}} \qquad \frac{(4-2t)^{1/2}}{(5-3t)^{1/2}}$$

$$\frac{\left[\frac{1}{2}(4-2t)^{-1/2}(-2)\right]\cdot(5-3t)^{1/2} - \left[\frac{1}{2}(5-3t)^{-1/2}(3)\right]\cdot(4-2t)^{1/2}}{[(5+3t)^{1/2}]^2}$$

$$\frac{-\frac{1}{(4-2t)^{1/2}}(5-3t)^{1/2} - \frac{3}{2(5+3t)^{1/2}}(4-2t)^{1/2}}{(5+3t)^2}$$

$$\frac{-\frac{(5-3t)^{1/2}}{(4-2t)^{1/2}} - \frac{3(4-2t)^{1/2}}{2(5+3t)^{1/2}}}{[(5+3t)^{1/2}]^2}$$

$$\frac{\dfrac{-(5+3t)^{1/2} \cdot 2(5+3t)^{1/2} - 3(4-2t)^{1/2}(4-2t)^{1/2}}{2(4-2t)^{1/2}(5+3t)^{1/2}}}{5+3t}$$

$$\left[\frac{\dfrac{-2(5+3t)-3(4-2t)}{\cdots}}{\dfrac{5+3t}{1}}\right]$$

$$\frac{-10-\cancel{6t}-12+\cancel{6t}}{2(4-2t)^{1/2}(5+3t)^{3/2}} = -\frac{22}{2\sqrt{4-2t}\,\sqrt{(5+3t)^3}}$$

$$-\frac{11}{\sqrt{(4-2t)(4+3t)^3}}$$

01/11/2017

Derivadas trascendentales

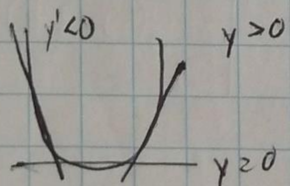
Laurasad no vimos eso :'v

Aplicaciones de la Derivada

n^{-m}

$$y' = \frac{dy}{dx} = \text{Pendiente de la recta tangente} = m = \tan\theta$$

$\frac{1}{n^m}$



$y=0$ → Punto crítico o estacionario

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$

Para las siguientes funciones
a) Encuentre $f'(x)$
b) los intervalos en donde la función crece o decrece

1- $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ a) $4x + 3$
~~2- f(x) =~~

b) $4x + 3 = 0 \rightarrow -\frac{3}{4} = x$

Antes de $\frac{-3}{4}$ es $-$

Despues es $+$

$2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ a) $6x^2 + 6x - 12$ $36x^2 + 6(6)x - 72$

$6(x^2 + x - 2)$

b) $(x - 1)(x + 2)$

$x = 1$ $x = -2$

De $(-2 \rightarrow 1)$ es decreciente con intervalo abierto porque -2 y 1 no se cuenta

$(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ creciente

$\frac{1}{x^4}$ $-\frac{4}{x^5}$ $-\frac{4}{x^5} =$

$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt{ab}$

Criterio de la primer derivada para calcular maximos y minimos

Determine los max y min para

$f(x) = 4x^3 - x^2 - 4x + 3$

$12x^2 - 2x - 4$ $\qquad$ ~~$(12x - \quad)(12x + \quad)$~~

~~$144x^2 - 12(2x) - 48$~~

$2(6x^2 - x - 2) = 0$ $\qquad$ $(6x - 4)(6x + 3)$

$2(36x^2 - 6x - 12) = 0$ $\qquad$ $(3x - 2)(2x + 1)$

$x = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $x = -\frac{1}{2}$

min $\qquad$ max

$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$

$x^2 - 2x - 3$

$(x - 3)(x + 1)$

$x = 3$ $\qquad$ $x = -1$

mim $\qquad$ max

21/11/2017

Criterio de la 2da Derivada

Utiliza para determinar los máximos y mínimos, intervalos en donde la curva sube y baja para la función

$f(x) = -2x^3 + 9x^2 + 60x$

$f'(x) = -6x^2 + 18x + 60$

$f''(x) = -12x + 18$

$-6x^2 + 18x + 60 = 0$

$-6(x^2 - 3x - 10) \rightarrow (x-5)(x+2)$

$x = -2$

$x = 5$

$-2 \rightarrow 42$

$5 \rightarrow -42$

$-12x + 18 = 0 \quad -12x = -18 \quad x = \frac{18}{12} \quad \frac{9}{6} \quad \frac{3}{2}$

$f(x) = y$

Derivada 1 = Pendiente

2 = Concavidad de la curva

Si $f''(x)$ es $> 0 \rightarrow \cup$

Si $f''(x)$ es $< 0 \rightarrow \cap$

Si $f''(x)$ es $= 0$ es punto de inflexión

$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$

$12x - 6$

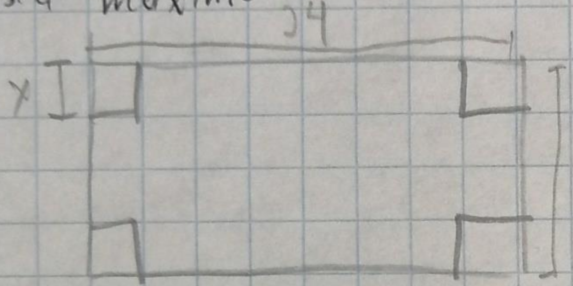
$6x^2 - 6x - 12$

$\begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

$-1 =$ maximo

$2 =$ minimo

Una caja rectangular se fabrica con cartón de 24 in x 9 de la cual se cortan cuadrados identicos a partir de las esquinas y se doblan los lados pa arriba :v
Determinar las dimensiones que aseguran que el volumen sea máximo



$$\left.\begin{aligned} base &= 24-2x \\ h &= 9-2x \end{aligned}\right\} 216-48x-18x+4x^2$$

$$\underbrace{\begin{aligned} base &= 24-2x \\ h &= 9-2x \\ a &= x \end{aligned}}$$

$$216x-66x^2+4x^3$$

$$4x^3-66x^2+216x$$

$$12x^2-132x+216$$

$x = 9$

$x = 2$

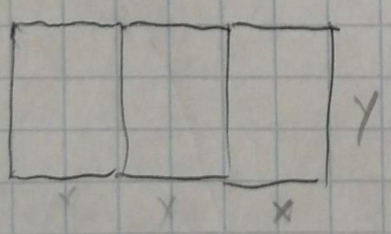
Cuando $x = 2$ el $V = max$ $\quad V = 200 \text{ in}^3$

Sus dimensiones: 2 in

5 in

20 in

Un granjero tiene 100 mts de cerca de alambre con la que planea hacer 3 corrales así: ¿Cual es el area máxima de los corrales



$A = \cancel{xy}$ $\quad 100 = 6x + 4y$ $\quad y = \cancel{\frac{100-6x}{4}}$

$A = xy$

$$A = xy \rightarrow A = \frac{300x - 18x^2}{4}$$

$$\frac{-18x + 300}{4} = 0$$

$x = \frac{-296}{-12}$ $\quad x = 8$ $\quad y = 13$ $\quad A = \cancel{408}$ 312

24/11/2017

Un contenedor de 4 L debe tener una base cuadrada, lados verticales y la cara superior descubierta. Halle las dimensiones más económicas que minimican el coste

$V = a\,h\,b$

$4 = x^2 y$

$4000\,cm^3 = x^2 y$

$\cancel{y = \frac{4}{x^3}}$ $\quad y = \frac{4000}{x^2}$

Area de caras $\quad x^2 + 4xy = A$

$$\downarrow$$

$$x^2 + 4x \cdot \frac{4000}{x^2} = A$$

$$x^2 + \frac{16000}{x} = A$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{16000}{x^2} = 0$$

$$2x = \frac{16000}{x^2}$$

$$x^3 = \frac{16000}{2} \qquad x^3 = 8000 \qquad x = 20\,cm$$

$$\frac{d^2y}{dx} = \frac{32000}{x^3} + 2$$

$$\frac{32000}{20^3} + 2 = 6 \;\therefore$$ Es un mínimo

8.- Ejercicio

$200 \, cm^3$ 2:1 base

a) x y $2x$

b) Facil Krnal: $2x^2 h = 200$ men si sacamos el 2 al shile pos queda $x^2 h = 100$:v

c) C ncillo :v

Trabajas un sistema de ecuaciones

$2x^2 h = 200 \rightarrow h = \frac{100}{x^2}$

$A = 2x^2 + 2x^2 + 2xh + 4xh$

$4x^2 + 6xh$

$4x^2 + 6x\left(\frac{100}{x^2}\right) \rightarrow 4x^2 + \frac{600}{x}$

d) Ya :)

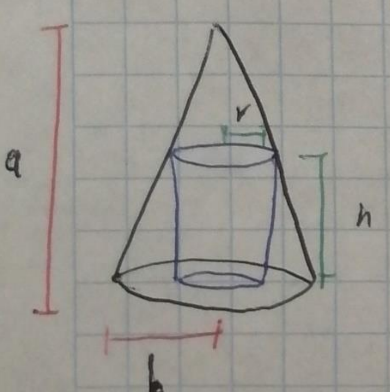
e) $8x - \frac{600}{x^2}$ $x^3 = 75$ $x = \sqrt[3]{75} = 4.217$

f) 35.569

g) 35.569

142.276

Ejemplo 3



Hallar el V máximo del cilindro que puede inscribirse en un cono circular dado:

Volumen Cilindrico

$V = A \cdot h$

$V = \pi r^2 h$

Usamos semejanza de triangulos

$\frac{a}{b} = \frac{a-h}{r} \rightarrow a - h = \frac{ar}{b}$

$a - \frac{ar}{b} = h$

1- $f(x) = 100 - 3x^2$

Derivación por Definición

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(f(x+\Delta x)) - (f(x))}{\Delta x}$$

$$\frac{(100 - 3(x+\Delta x)^2) - (100 - 3x^2)}{\Delta x}$$

$$\frac{100 - 3(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) - 100 + 3x^2}{\Delta x}$$

$$\frac{\cancel{100} - \cancel{3x^2} + 6x\Delta x + 3\Delta x^2 \cancel{-100} + \cancel{3x^2}}{\Delta x}$$

$$\frac{-6x\Delta x + 3\Delta x^2}{\Delta x}$$

$$\frac{\cancel{\Delta x}(-6x + 3\Delta x)}{\cancel{\Delta x}}$$

$-6x + 3\Delta x$ pero como $\Delta x \to 0$

$-6x + 3(0) \to -6x$

Esto ignorarlo :v

Derivación por Fórmulas

$f(x) = 100 - 3x^2$

Si $f(x) = k$ entonces $f'(x) = 0$

por lo tanto: si $f(x) = 100 \to f'(x) = 0$

Ahora bien:

Si $f(x) = nx^v$ entonces $f'(x) = vnx^{v-1}$

por lo tanto: si $f(x) = -3x^2 \to -(3)(2)(x)$

$-6x$

Entonces

$f'(x) = -6x$

2- $f(x) = \frac{3}{5}x^4 - \frac{2}{9}x^3 + \frac{5}{2}x^2$

1) $f'(x) = \frac{4(3)}{5}x^{4-1} - \frac{3(2)}{9}x^{3-1} + \frac{2(5)}{2}x^{2-1}$

2) $f'(x) = \frac{12}{5}x^3 - \frac{\cancel{3}(2)}{\cancel{3}(3)}x^2 + \frac{\cancel{2}(5)}{\cancel{2}(1)}x$

3) $f'(x) = \frac{12}{5}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{1}x$

4) $f'(x) = \frac{12}{5}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x$

Procedimiento

En el paso 1) usé dos formulas, primero la de si $f(x) = a + b + c$ entonces $f'(x) = a' + b' + c'$ para derivar por partes. Tambien usé, si: $f(x) = nx^v$ entonces $f'(x) = vnx^{v-1}$

En el paso 2) factoricé el segundo termino para eliminar un 3 arriba y otro abajo. Igual en el tercer término. En el paso 3) ya no los escribí y en el 4) Simplifiqué $\frac{5}{1}x$ porque eso es igual a $5x$

Demostrar que:

${}_{n+1}C_{k+1} = {}_nC_{k+1} + {}_nC_k$

Demostración Rápida:

1- DesarroNas de ${}_nC_k$ a $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ toda la ecuación

$$\frac{(n+1)!}{(k+1)![n+1-(k+1)]!} = \frac{n!}{(k+1)![n-(k+1)]!} + \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2- Del lado derecho del "=" multiplicarás por 1 la segunda fracción. Pero es un 1 un tanto especial...

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{(k+1)}{(k+1)} \cdot$$

Demostrar que:

$_{n+1}C_{k+1} = {}_nC_{k+1} + {}_nC_k$

Demostración Larga:

1:- Desarrollas de $_nC_k$ a $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ toda la ecuación

$$\frac{(n+1)!}{(k+1)![n+1-(k+1)]!} = \frac{n!}{(k+1)![n-(k+1)]!} + \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2:- Sumas ambos términos que están del lado derecho del "=" esperando que al simplificarla, la ecuación se cumpla.

★ Como sus denominadores son diferentes ★ aplicamos la vieja confiable ⟶ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd}$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{[n!k!(n-k)!] + \{n!(k+1)![n-(k+1)]!\}}{(k+1)![n-(k+1)]!k!(n-k)!}$$

3:- Factorizaremos por factor común sólo el numerador

Los términos comunes son $[n-(k+1)]$, $k!$ y $n!$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{[n-(k+1)]!k!n![(n-k)+(k+1)]}{\dots}$$

4:- Se cancelan los siguientes términos:

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\cancel{[n-(k+1)]!}\cancel{k!}n![(n-\cancel{k})+(\cancel{k}+1)]}{(k+1)!\cancel{[n-(k+1)]!}\cancel{k!}(n-k)!}$$

5:- Y con lo que nos queda vemos que:

$$\frac{(n+1)!}{(k+1)![n+1-(k+1)]!} = \frac{n!(n+1)}{(k+1)!(n-k)!}$$

Vemos que la igualdad se cumple