Parte 1: Mecánica

Contenido:
- Medición y resolución de problemas
- Cinemática: descripción del movimiento
- Movimiento en dos dimensiones
- Fuerza y movimiento
- Trabajo y energía
- Cantidad de movimiento lineal y choques
- Movimiento circular y gravitacional
- Movimiento rotacional y equilibrio
- Sólidos y fluidos

Ejemplo 1.1: La tonelada métrica: otra unidad de masa
La unidad métrica de masa originalmente estaba relacionada con el estándar de longitud, pues un litro ($1000\ cm^3$) de agua tenía una masa de 1 kg. La unidad métrica estándar de volumen es el metro cúbico (m^3) y este volumen de agua se usó para definir una unidad más grande de masa llamada tonelada métrica ¿A cuántos kilogramos equivale una tonelada métrica?

Si un m^3 = tonelada métrica
Y también sabemos que $1\ L = 1\ kg$
Es decir $1\ L = 1\ dm^3$
$1\ dm^3$ es un cubo de $1\ dm \times 1\ dm \times 1\ dm$
$1\ m^3$ es un cubo de $1m \times 1m \times 1m = 10\ dm \times 10\ dm \times 10\ dm$
Así, $1 m^3 = 1000\ dm^3$
Y como $1L = 1\ dm^3 = 1\ kg$, entonces $1{,}000\ dm^3 = 1{,}000\ kg$
Entonces $1 m^3 = 1{,}000\ kg$
$\therefore$ 1 tonelada métrica = 1,000 kg

Ejercicio de refuerzo 1.1: ¿Cuál sería la longitud de los lados de un cubo que contenga una kilotonelada métrica de agua

$1\ m^3 = 1\ ton \rightarrow 1000\ ton = 1000\ m^3$
$1000\ m^3 = 10m \times 10m \times 10m$
$\therefore$ El cubo tiene de longitud de lados 10 m

Ejemplo 1.2: Comprobación de dimensiones: análisis de unidades
Un profesor anota dos ecuaciones en el pizarrón:

a) $v = v_0 + at$

b) $x = \dfrac{v}{2a}$

donde x es una distancia en metros (m); v y v_0 son

velocidades en metros por segundo (m/s); a es aceleración en metros por segundo^2 (m/s^2) y t es tiempo en segundos (s).
¿Las ecuaciones son dimensionalmente correctas?

A partir de a): $v = v_0 + at$

Con unidades:
$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s} + \left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot s$$
$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s} + \frac{m \cdot \cancel{s}}{s^{\cancel{2}}}$$
$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s} + \frac{m}{s}$$
$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s}$$

Por lo tanto a) está correcta

Ahora, con b):
$$m = \frac{\left(\frac{m}{s}\right)}{2 \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)} = \frac{\frac{m}{s}}{\frac{m}{s^2}} = \frac{\cancel{m}\, s^{\cancel{2}}}{\cancel{m}\, \cancel{s}} = s$$
$$m \neq s$$

Vemos que b) no es dimensionalmente correcta

Ejercicio de refuerzo 1.2:
¿La ecuación $ax = v^2$ es dimensionalmente correcta?
$$ax = v^2$$
$$\left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot m = \left(\frac{m}{s}\right)^2$$
$$\frac{m^2}{s^2} = \frac{m^2}{s^2}$$

La ecuación es dimensionalmente correcta

Ejemplo 1.3: Conversión de unidades: uso de factores de conversión
a) Un jugador de baloncesto tiene 6.5 ft de estatura. ¿Qué estatura tiene en metros?
b) ¿Cuántos segundos hay en un mes de 30 días?
c) ¿Cuánto es 50 mi/h en metros por segundo?

a) Sabemos que $1\,m = 3.2808\,ft$

Entonces $$6.5\,\cancel{ft} \times \frac{1\,m}{3.2808\,\cancel{ft}} = 1.9812\,m$$

b) $1\,min = 60\,s$

$1\,h = 60\,min$

$1\,día = 24\,h$

Entonces: $$30\,\cancel{días} \times \frac{24\,\cancel{h}}{1\,\cancel{día}} \times \frac{60\,\cancel{min}}{1\,\cancel{h}} \times \frac{60\,s}{1\,\cancel{min}} = 2{,}592{,}000\,s$$

c) Sabemos que $1\ mi = 1609.34\ m$

y $1\ h = 3600\ s$

Entonces: $\frac{50\ \cancel{mi}}{1\ \cancel{h}} \times \frac{1609.34\ m}{1\ \cancel{mi}} \times \frac{1\ \cancel{h}}{3,600\ s} = 22.35\ \frac{m}{s}$

Ejercicio de refuerzo 1.3:

a) Convierta 50 mi/h directamente a metros por segundo empleando un sólo factor de conversión

b) Demuestre que este factor de conversión único de puede deducir del inciso c) del ejemplo 1.3

a) Decimos que $1\ mi/h = 0.44\ m/s$

Entonces: $50\ \cancel{mi/h} \times \frac{0.44\ m/s}{1\ \cancel{mi/h}} = 22.35\ m/s$

b) Como $1\ mi = 1,609.34\ m$

y $1\ h = 3,600\ s$

$$\frac{1\ mi}{1\ h} \times \frac{1609.34\ m}{1\ mi} \times \frac{1\ h}{3,600\ s}$$

$$= \frac{1\ mi}{1\ h} \times \frac{1609.34\ m \times 1\ h}{1\ mi \times 3,600\ s}$$

$$= \frac{\cancel{1\ mi}}{\cancel{1\ h}} \times \frac{1,609.34\ m}{3,600\ s} \times \frac{\cancel{1\ h}}{\cancel{1\ mi}} = 0.44\ m/s$$

Ejemplo 1.4: Más conversiones: un sistema de capilares en verdad largo

Los capilares, los vasos sanguíneos más pequeños del cuerpo, conectan el sistema arterial con el venenoso y suministran oxígeno y nutiimentos a nuestros tejidos. Se calcula que si todos los capilares de un adulto se enderezaran y conectaran extremo con extremo, alcanzarian una longitud de unos 64,000 km

a) ¿Cuánto es esto en millas?

b) Compare esta longitud con la circunferencia de la Tierra

a) Sabemos que $1\ mi = 1,609.34\ m$

Entonces $64,000\ \cancel{km} \times \frac{1\ mi}{1.60934\ \cancel{km}} = 39,767.855\ mi$

b) El diámetro de la Tierra es 12,742 km

$\therefore\ c = \pi d \rightarrow c = \pi(12,742) \rightarrow c = 40,030.1736\ km$

y $40,030.1736\ \cancel{km} \times \frac{1\ mi}{1.60934\ \cancel{km}} = 24,873.6585$

finalmente, para compararlos

$$\frac{39,767.855}{24,873.6585} = 1.5988$$

Los capilares entonces, son 1.7 veces más grandes que una vuelta al mundo

Ejercicio de refuerzo 1.4:
Si tomamos la distancia media entre la costa este y la oeste de Estados Unidos como 4,800 km, ¿cuántas veces cruzaría ese país la longitud total de los capilares de nuestro cuerpo?

$$\frac{64{,}000}{4{,}800} = \boxed{113.333 \text{ veces}}$$

Ejemplo 1.5: Conversión de unidades de área: elegir el factor de conversión correcto
Un tablero de avisos tiene una área de 2.5 m^2. Exprese esta área en centímetros cuadrados (cm^2)

$$1\ m^2 = 1m \times 1m$$
$$\rightarrow 1\ m^2 = 100cm \times 100cm$$
$$\therefore 1\ m^2 = 10{,}000\ cm^2$$

Entonces $2.5\ \cancel{m^2} \times \frac{10{,}000\ cm^2}{1\ \cancel{m^2}} = \boxed{25{,}000\ cm^2}$

Ejercicio de refuerzo 1.5:
¿Cuántos cm^3 hay en un m^3?

$$1\ m^3 = 1m \times 1m \times 1m$$
$$= 100cm \times 100cm \times 100cm$$
$$\therefore 1\ m^3 = 1{,}000{,}000\ cm^3$$

$\boxed{\text{Hay } 1{,}000{,}000\ cm^3}$

Ejemplo conceptual 1.6: Comparación de rapidez usando conversión de unidades
Dos estudiantes difieren en lo que consideran la rapidez más alta: 1 km/h ó 1 m/s. ¿Cuál elegiría usted?

$$1km = 1000\ m$$
$$1\ h = 3{,}600\ s$$

Entonces $1\ \frac{m}{s} \times \frac{1\ km}{1{,}000\ m} \times \frac{3{,}600\ s}{1\ h} = 3.6\ km/h$

Avanzar 3.6 km cada hora es más rápido que avanzar 1 km cada hora. Por tanto 1 m/s es más rápido

Ejercicio de refuerzo 1.6:
Un estadounidense y un europeo están comparando el rendimiento de la gasolina en sus respectivas camionetas. El estadounidense calcula que obtiene 10 mi/gal y el europeo 10 km/L. ¿Qué vehículo rinde más?

Sabemos que
$$1\ mi = 1{,}609.344\ m$$
$$1\ gal = 3.7854\ L$$

$$10\ \frac{mi}{gal} \times \frac{1.6093\ km}{1\ mi} \times \frac{1\ gal}{3.7854\ L} = 4.2513\ \frac{km}{L}$$

El vehículo del europeo rinde 10 km por cada litro y el del estadounidense, 4.2513 km por litro. El del europeo rinde más.

Ejemplo 1.7: Uso de cifras significativas al multiplicar y dividir: aplicaciones de redondeo

Realizar las operaciones siguientes y redondear los resultados al número correcto de cifras significativas

a) $2.4\ m \times 3.65\ m$

b) $\frac{725.0\ m}{0.125\ s}$

a) $\underset{2\ cs}{2.4\ m} \times \underset{3\ cs}{3.65\ m} = \underset{\text{No redondeado}}{8.76\ m^2} = \boxed{8.8\ m^2}$ (redondeado a 2 cs)

b) $\frac{\overset{4\ cs}{725.0\ m}}{\underset{3\ cs}{0.125\ s}} = 5,800\ m/s = \boxed{5.80 \times 10^3\ m/s}$ (representado con 3 cs)

Ejercicio de refuerzo 1.7:

Realice las siguientes operaciones y exprese las respuestas en la notación de potencias de 10 estándar (con dígito a la izquierda del punto decimal) con el número correcto de cifras significativas.

a) $(2.0 \times 10^5\ kg)(0.035 \times 10^2\ kg)$

b) $(148 \times 10^{-6}\ cm) / 0.4906 \times 10^{-6}\ cm)$

a) $(\underset{2\ cs}{2.0} \times 10^5\ kg)(\underset{2\ cs}{0.035} \times 10^2\ kg) = 700,000\ kg^2$ (No redondeado)

$\boxed{= 7.0 \times 10^5\ kg^2}$ (redondeado a 2 cs)

b) $\frac{\overset{3\ cs}{148 \times 10^{-6}\ cm}}{\underset{4\ cs}{0.4906 \times 10^{-6}\ cm}} = 301.6714 = \underset{\text{redondeado a 3 cs}}{302} = \boxed{3.02 \times 10^2}$

Ejemplo 1.8: Uso de cifras significativas al sumar y restar: aplicación de las reglas

Efectuar las siguientes operaciones expresando el resultado correctamente

a) $23.1 + 0.546 + 1.45$

b) $157 - 5.5$

a)
$$\begin{array}{r} 23.1 \\ +\ 0.546 \\ 1.45 \\ \hline 25.096 \end{array}$$

Como 23.1 es el que menos decimales tiene (uno), redondeando: $\boxed{25.1}$

b) $$\begin{array}{r} - \ 157 \\ 5.5 \\ \hline 151.5 \end{array}$$

Como 157 tiene menos decimales (ninguno), redondeando: $\boxed{152}$

Ejercicio de refuerzo 1.8:
Dados los números 23.15, 0.546 y 1.058
a) Sume los dos primeros números
b) Sume los dos primeros números y reste el último número
c) Reste el último número al primero

a) $$\begin{array}{r} + \ 23.15 \\ 0.546 \\ \hline 23.696 \end{array} \xrightarrow{\text{redondeando}} \boxed{23.70}$$

b) $$\begin{array}{r} 23.15 \\ + \ 0.546 \\ -1.058 \\ \hline 22.638 \end{array} \xrightarrow{\text{redondeando}} \boxed{22.64}$$

c) $$\begin{array}{r} 23.15 \\ - \ 1.058 \\ \hline 22.092 \end{array} \xrightarrow{\text{redondeando}} \boxed{22.09}$$

Ejemplo 1.9: Encontrar el área de la superficie externa de un contenedor cilíndrico

Un contenedor cilíndrico cerrado, que se utiliza para almacenar material de un proceso de fabricación, tiene un radio exterior de 50.0 cm y una altura de 1.30 m. ¿Cuál es el área total de la superficie exterior del contenedor?

El cilindro tiene dos partes:
1: Dos caras circulares
2: El lateral

1.- $A_1 = \pi (50.0 \ cm)^2$
$A_1 = \pi (2,500 \ cm^2)$
$A_1 = 7,853.9816 \ cm^2$
Como 50.0 es el valor con menos cs (tres)
$A_1 = 7.85 \times 10^3 \ cm^2$ (una cara circular)

2.- $A_2 = (\pi \cdot 100.0 \ cm)(130 \ cm)$
$A_2 = 4.08 \times 10^4 \ cm^2$

$A_{total} = A_1 + A_1 + A_2 = [2 \times (7.85 \times 10^3 \ cm^2)] + 4.08 \times 10^4 \ cm^2 \ \boxed{= 5.65 \times 10^3 \ cm^2}$

Ejercicio de refuerzo 1.9:

Si el grosor de las paredes de la parte lateral y de los extremos del cilindro es de 1.00 cm, ¿cuál es el volumen interior del cilindro?

Si se tiene 1cm de grosor, el radio pierde 1 cm y queda en 49 cm. Asimismo la altura pierde 2 cm (uno por la cara superior y otro por la inferior)

Así $V=(\pi r^2)(h)$

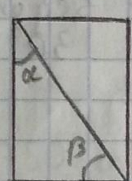
$$V=(\pi)(49.0\ cm)^2(128\ cm)$$

$$V=965499.387\ cm^3$$

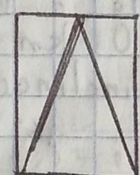
$$\boxed{V=9.65\times10^5\ cm^3}$$

Ejemplo integrado 1.10: Lados y ángulos

a) Una especialista en jardinería dispone de un terreno rectangular que mide 3.0 × 4.0 m. Desea utilizar la mitad de esta área para hacer un arriate de flores. De los dos tipos de triángulos que se ilustran:

4.0 m


3.0 m

4.0 m

3.0 m

¿Cuál debería utilizar para hacer esto?

1) El triángulo recto
2) El triángulo isósceles
3) Cualquiera de los dos

Ambos rectángulos miden 12 m^2 y ambos triángulos miden 6 m^2 (por su fórmula) así que $\boxed{3)}$ Cualquiera de los dos

b) Al diseñar el arriate la jardinera decide utilizar el triángulo recto. Como quiere delimitar los lados con hileras de piedras, necesita conocer la longitud total (L) de los lados del triángulo. También le gustaría conocer los valores de los ángulos agudos del triángulo. ¿Podría ayudarla?

Hipotenusa $= 3.0^2 + 4.0^2 = 25.0$

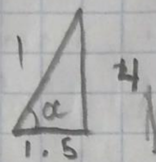
$\boxed{L=12.0\ m}$

$$\tan\alpha=\frac{3.0}{4.0}\ \therefore\ \alpha=\tan^{-1}\left(\frac{3.0\ m}{4.0\ m}\right)\ \therefore\ \boxed{\alpha=36.869°}$$

$$180=90+37+\beta\ \therefore\ \boxed{\beta=53°}$$

Ejercicio de refuerzo 1.10:

Determine la longitud total de los lados y ángulos internos del triángulo isósceles



$l = 4.3$ m

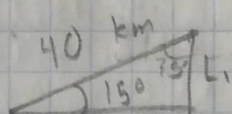
$\boxed{\text{Sus lados son: } 3.0 \text{ m}, 4.3 \text{ m y } 4.3 \text{ m}}$

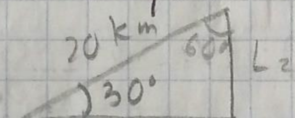
$\tan(\alpha) = \frac{4}{1.5} \therefore \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{1.5}\right) \rightarrow \alpha = 69° \therefore \beta = 21°$

$\boxed{\text{Sus ángulos son: } 90°, 69° \text{ y } 21°}$

Ejercicio conceptual 1.11: Ascenso en ángulo

Un piloto conduce su nave en dos tipos de ascenso en línea recta y con inclinación pronunciada a diferentes ángulos. En el primer ascenso, el avión recorre 40.0 km a un ángulo de 15° con respecto a la horizontal. En el segundo ascenso, el avión recorre 20.0 km a un ángulo de 30° respecto a la horizontal. ¿Cuál inclinación es mayor?





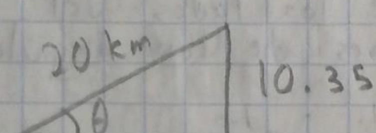
$\text{sen } 15 = \frac{L_1}{40}$ $\qquad$ $\text{sen } 30 = \frac{L_2}{20}$

$\therefore L_1 = 10.4$ km $\qquad$ $\therefore L_2 = 10$ km

La de la primera inclinación tiene mayor ascenso

Ejercicio de refuerzo 1.11:

¿Cuál debería ser el ángulo del ascenso dos para que las distancias de ascenso sean iguales



$\text{sen}\theta = \frac{10.35}{20} \therefore \theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{10.35}{20}\right)$

$\therefore \theta = 31.2°$

Ejemplo 1.12: Cálculo de orden de magnitud: extracción de sangre

Un técnico médico extrae 15 cc de sangre de la vena de un paciente. En el laboratorio, se determina que este volumen de sangre tiene una masa de 16 g. Estime la densidad de la sangre, en unidades estándar del SI

$$\text{masa} = 16\ g = 16 g \times \frac{1\ kg}{1000 g} = 1.6 \times 10^{-2}\ kg$$

La masa es del orden de 10^{-2} kg

$$\text{volumen} = 15\ cm^3 = 15 cm^3 \times \frac{1\ m^3}{1000000\ cm^3} = 1.5 \times 10^{-5}\ m^3$$

El volumen es del orden de $10^{-5}\ m^3$

Por lo tanto, tenemos:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{10^{-2}\ kg}{10^{-5}\ m^3} = 10^3\ kg/m^3$$

Ejercicio de refuerzo 1.12:

Un paciente recibe 750 cc de sangre entera. Estime la masa de la sangre, en unidades estándar

$$\text{volumen} = 750\ cm^3 = 750\ cm^3 \times \frac{1\ m^3}{1000000\ cm^3} = 7.50 \times 10^{-4}\ m^3$$

El volumen es del orden de $10^{-3}\ m^3$

La densidad es del orden de $10^3\ kg/m^3$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho V = m \rightarrow (10^3\ kg/m^3)(10^{-3}\ m^3) = m$$

$$\therefore\ m = 1\ kg = 10^0\ kg$$

Ejemplo 1.13: ¿Cuántos glóbulos rojos hay en la sangre?

El volumen de la sangre del cuerpo humano varía según la edad, el tamaño y el sexo del individuo. En promedio, el volumen es de unos 5 L. Un valor representativo para la concentración de glóbulos rojos (eritrocitos) es 5,000,000 por mm^3. Estime el número de glóbulos rojos que hay en su cuerpo.

$$1\ L = 1\ dm^3 \rightarrow 1\ dm \times 1\ dm \times 1\ dm$$
$$= 100\ mm \times 100\ mm \times 100\ mm$$
$$= 1,000,000\ mm^3$$

En promedio tenemos 5,000,000 mm^3 y en cada uno hay 5,000,000 eritrocitos. Así tenemos aproximadamente

$$5^6 \approx 10^7 \quad \therefore\ 10^7\ mm^3 \times 10^7\ \text{eritrocitos} = 10^{14}\ \text{eritrocitos}$$

Hay aproximadamente 10^{14} eritrocitos en el cuerpo humano

Ejercicio de refuerzo 1.13:
El número promedio de glóbulos blancos (leucocitos) en la sangre humana es de 5,000 a 10,000 células por mm^3. Estime cuántos glóbulos blancos tiene en su cuerpo

Con 10^7 mm^3 y 10^4 leucocitos:

$$10^7 \times 10^4 = 10^{11}$$

Tenemos aproximadamente 10^{11} leucocitos

Ejercicios:

1.2 Unidades SI de longitud, masa y tiempo

1- ¿Cuántas unidades base tiene el SI?

Longitud	m	Corriente eléctrica	A	Temperatura	K
Masa	kg	Cantidad de sustancia	mol		
Tiempo	s	Intensidad luminosa	candela		

∴ c) 7

! 2- El único estándar del SI representado por un artefacto es:
b) el kilogramo

3- ¿Cuál de las siguientes no es una cantidad base del SI?
b) peso

4- ¿Cuál de las siguientes es la unidad base de masa en el SI?
c) kilogramo

5- ¿Por qué no hay más unidades base del SI?
Se supone que las cantidades son mutuamente independientes

6- ¿Por qué el peso no es una cantidad base?
Porque una cantidad base debe tener el mismo valor en cualquier parte, pero el peso de un objeto en la luna es menor a su peso en la Tierra.

7- ¿Con qué se reemplazó la definición original de segundo y por qué? ¿El reemplazo se continúa usando?
El segundo se definió una vez en términos del día solar promedio. Ahora se define con base en la frecuencia de la radiación asociada con una transición atómica.
Sí, se sigue usando

8- Mencione dos diferencias importantes entre el SI y el sistema inglés
El SI es base 10 y tiene múltiplos y prefijos para sus unidades

1.3 Más acerca del sistema métrico

9- El prefijo giga- significa
b) 10^9

10- El prefijo micro- significa
b) 10^{-6}

11- Una nueva tecnología tiene que ver con el tamaño de objetos de qué prefijo métrico:
a) nano-

12- Un litro de agua tiene un volumen de
c) $1000 \ cm^3$

13- Si un compañero le dice que vio una mariquita de 3cm de largo en su jardín ¿le creería? ¿Y si otro afirma haber pescado un salmón de 10 kg?
Yo no, creo que se está confundiendo de unidades y se refiere a una mariquita de 3 mm y un salmón de 1 kg

14- Explique por qué 1 mL es equivalente a $1 \ cm^3$
Dado que $1 \ dm^3 = 1 L$ y $1 \ dm^3 = 1{,}000 \ cm^3$, también $1 L = 1{,}000 \ mL$, por lo tanto $1 \ mL = 1 \ cm^3$

15- Explique por qué una tonelada métrica es equivalente a 1,000 kg
Como $1 \text{ ton} = 1 \ m^3$ y $1 \ m^3 = 1{,}000$ kg de agua, entonces se definió como $1 \text{ ton} = 1{,}000$ kg

16- El sistema métrico es un sistema decimal (base 10) y el sistema inglés, en parte, es un sistema duodecimal (base 12). Comente las consecuencias que tendría el uso de un sistema monetario duodecimal. ¿Qué valores tendrían las monedas en tal caso?
Habría billetes de 24, 60, 120, 240, 600 y 1,200 y monedas de 12, 6 y quizá 2 y 1 y 20 centavos
Las implicaciones van desde aprender los múltiplos de 12 hasta sumas en esta base para completar precios ya establecidos en la base 10

17- En el sistema inglés, 16 oz = 1 pt y 16oz = 1 lb. ¿Hay un error aquí? Explique
oz = onza líquida, es decir, medida de volumen al igual que la pinta (pt) pero una libra es una unidad de peso. Hay un error.

Un acertijo viejo: ¿Una libra de plumas pesa más que una libra de oro? ¿Cómo es posible? (Sugerencia: Busque ounce en un diccionario inglés)
Para responder correctamente al acertijo, hay que tener en cuenta que el oro se pesa de acuerdo con el sistema troy (una libra equivale a 12 onzas), mientras que las plumas se pesan en unidades avoirdupois (donde la libra equivale a 16 onzas)

18- Un marino le dice que si su barco viaja a 25 nudos (millas náuticas por hora) se está moviendo con mayor rapidez que un auto que viaja a 25 millas por hora. ¿Cómo es eso posible?
1 milla náutica > 1 milla

1.4 Análisis de Unidades

19- Ambos lados de una ecuación son iguales en
d) Todo: valor numérico, unidades y dimensiones

20- El análisis de unidades de una ecuación no puede decirnos si
c) el valor numérico es correcto

21- ¿Cuál de los siguientes incisos es verdadero para la cantidad $\frac{x}{t}$

! c) Tanto pueden tener mismas dimensiones pero unidades diferentes como tener diferentes dimensiones pero mismas unidades

22- ¿El análisis de unidades puede decirnos si usamos la ecuación correcta para resolver un problema? Explique
Sí, porque la dimensión resultante debe ser congruente con nuestro objeto incógnito

23- La ecuación para encontrar el área de un círculo a partir de dos fuentes está dado por $A = \pi r^2$ y $A = \pi d^2/2$ ¿El análisis de unidades puede decirnos cuál es correcta?
No, porque hay un error en la ecuación dos, es:

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

y este número no lo percibe el análisis de unidades

24- ¿Cómo podría el análisis de unidades ayudar a determinar las unidades de una cantidad?
Revisando que las operaciones ejecutadas sean correctas, y así, la ecuación también

25- Demuestre que la ecuación $x = x_0 + vt$ es dimensionalmente correcta, donde v es velocidad, x y x_0 son longitudes y t es tiempo

$$L = L + \frac{L}{\cancel{t}} \cdot \cancel{t}$$

$$L = L + L \qquad \therefore \qquad L = L$$

La ecuación es dimensionalmente correcta

26- Si x se refiere a distancia, v_0 y v a rapideces, a a aceleración y t a tiempo ¿cuál de las siguientes ecuaciones es dimensionalmente correcta?

a) $x = v_0 t + a t^3$

$$L = \left(\frac{L}{\cancel{t}}\right)\cancel{t} + \left(\frac{L}{t^2}\right) t^3$$

$$L = L + Lt$$

La ecuación a) no es dimensionalmente correcta

b) $v^2 = v_0^2 + 2at$

$$\left(\frac{L}{t}\right)^2 = \left(\frac{L}{t}\right)^2 + 2\left(\frac{L}{t^2}\right)\cancel{t}$$

$$\frac{L^2}{t^2} = \frac{L^2}{t^2} + \frac{L}{t}$$

La ecuación b) no es dimensionalmente correcta

c) $x = at + vt^2$

$$L = \left(\frac{L}{t^2}\right)\cancel{t} + \left(\frac{L}{\cancel{t}}\right)t^2$$

$$L = \frac{L}{t} + Lt$$

d) $v^2 = v_0^2 + 2ax$

$$\left(\frac{L}{t}\right)^2 = \left(\frac{L}{t}\right)^2 + 2\left(\frac{L}{t^2}\right)L$$

$$\frac{L^2}{t^2} = \frac{L^2}{t^2} + 2\left(\frac{L^2}{t^2}\right)$$

La ecuación d) es dimensionalmente correcta

27- Use el análisis de unidades SI para demostrar que la ecuación $A = 4\pi r^2$ donde A es el área y r es el radio de una esfera, es dimensionalmente correcta

$$L^2 = 4\pi(L^2)$$

$$L^2 = L^2$$

La ecuación es dimensionalmente correcta

28- Le dicen a usted que el volumen de una esfera está dado por $V = \pi d^3/4$ donde V es el volumen y d es el diámetro de la esfera. ¿Esta ecuación es dimensionalmente correcta?

$$L^3 = \pi (L^3)/4$$
$$L^3 = L^3$$

Sí, es dimensionalmente correcta

29- La ecuación correcta para el volumen de una esfera es $V = 4\pi r^3/3$ donde r es el radio de la esfera. ¿Es correcta la ecuación del ejercicio 28? Si no, ¿cómo debería expresarse en términos de d?

Tomando $V = 4\pi r^3/3$

Si $2r = d \rightarrow r = \dfrac{d}{2}$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \rightarrow V = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{d^3}{8}\right) \rightarrow V = \frac{\pi}{3}\left(\frac{d^3}{2}\right)$$

$$V = \frac{\pi d^3}{6}$$

No es correcta la ecuación del ejercicio 28, es: $V = \pi d^3/6$

30- La energía cinética (K) de un objeto de masa m que se mueve con velocidad v está dada por $K = \frac{1}{2}mv^2$. En el SI el nombre para la unidad de energía cinética es el joule (J) ¿Cuáles son las unidades del joule en términos de las unidades base del SI?

$$J = \frac{1}{2} \cdot kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \rightarrow J = \frac{kg\, m^2}{s^2}$$

31- La ecuación general de una parábola es $y = ax^2 + bx + c$ donde a, b, c son constantes ¿Qué unidades tiene cada constante si y y x están en metros?

$$m = \left(\frac{1}{m^2}\right)m^2 + \left(\frac{1}{m}\right)m + m$$

$$a = \frac{1}{m^2}, \quad b = \frac{1}{m} \quad c = m$$

32- En términos de las unidades base del SI se sabe que las unidades de presión (p) son $\frac{kg}{m s^2}$. Como tarea para su clase de física un estudiante deriva una expresión para la presión que ejerce el viento sobre una pared en términos de la densidad del aire (ρ) y de la velocidad del viento (v) y su resultado es $p = \rho v^2$. Utilice el análisis de unidades SI para demostrar que el resultado del estudiante es dimensionalmente consistente. ¿Esto prueba que su relación es físicamente correcta?

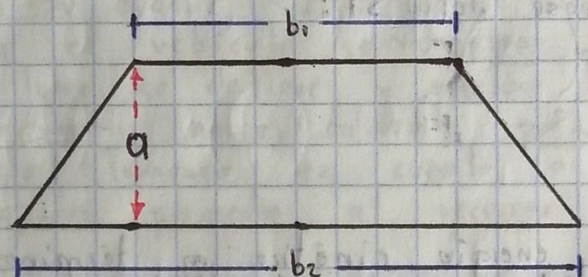
$$\frac{kg}{m\,s^2} = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \frac{kg}{m\,s^2}$$

Es fisicamente correcta

33- La densidad se define como el objeto y su relación masa - volumen, es decir, la masa de un objeto entre su volumen. Use el análisis de unidades SI para determinar la unidad SI de densidad

$$\text{densidad} = \frac{kg}{m^3}$$

34- ¿Es dimensionalmente correcta la ecuación del área de un trapezoide $A = \frac{1}{2} a (b_1 + b_2)$ donde a es la altura y b_1 y b_2 son las bases?



$$L^2 = \frac{1}{2} L (L + L)$$
$$L^2 = L (L)$$
$$L^2 = L^2$$

Es dimensionalmente correcta

35- Utilizando análisis de unidades un estudiante dice que la ecuación $v = \sqrt{2ax}$ es dimensionalmente correcta, otro lo niega. ¿Quién cree que tiene razón y por qué?

$$\frac{m}{s} = \sqrt{2 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m} \Rightarrow \sqrt{\frac{m^2}{s^2}}$$

$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s}$$

Con analisis de unidades vemos que tiene razón el que afirma que es correcta

36- La segunda ley del movimiento de Newton se expresa con la ecuación $F = ma$ donde F representa fuerza, m es masa y a es aceleración

a) La unidad SI de fuerza lleva el muy adecuado nombre de newton (N) ¿A qué unidades equivale el newton en cantidades base?

$$N = \frac{kg\,m}{s^2}$$

b) Una ecuación para la fuerza relacionada con el movimiento circular uniforme es $F = mv^2/r$ donde v es velocidad y r es el radio de la trayectoria circular. ¿Esta ecuación da las mismas unidades para newton?

$$F = kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)\left(\frac{1}{\cancel{m}}\right)$$

$$F = \frac{kg\ m}{s^2}$$

Sí, da la misma unidad

37- El momento angular (L) de una partícula de masa m que se mueve a una velocidad constante v en un círculo de radio r está dada por $L = mvr$

a) ¿Cuáles son las unidades del momento angular en términos de las unidades base del SI?

$$L = kg\left(\frac{m}{s}\right) \cdot m$$

$$L = \frac{kg\ m^2}{s}$$

b) Las unidades de energía cinética en términos de las unidades base del SI son $kg\,m^2/s^2$. Utilizando el análisis de unidades SI, demuestre que la expresión para la energía cinética de esta partícula en términos de su momento angular, $K = L^2/(2mr^2)$, es dimensionalmente correcta

$$K = \frac{\frac{kg^2\ m^4}{s^2}}{2\ kg\ m^2} \longrightarrow \frac{kg\ m^2}{2\ s^2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot kg \cdot \frac{m^2}{v^2}$$

$$Y\quad K = \frac{1}{2} m v^2$$

∴ Es correcta

c) En la ecuación anterior, el término mr^2 se denomina momento de inercia de la partícula en el círculo. ¿Cuáles son las unidades del momento de inercia en términos de las unidades base del SI?

$$= kg\ m^2$$

S1400

Ejemplo 2.1: Movimiento lento: el vehículo Mars Exploration
En enero de 2004, el vehículo de exploración Mars Exploration tocó la superficie de Marte e inició un desplazamiento para explorar el planeta. La rapidez promedio de un vehículo de exploración sobre un suelo plano y duro es 5.0 cm/s
a) Suponiendo que el vehículo recorrió continuamente el terreno a esa rapidez promedio, ¿cuánto tiempo le tomará recorrer 2.0 m en línea recta?

5.0 cm recorre en 1 s
200.0 cm — ? $\rightarrow$ 40 s

En 40 s recorrerá 2.0 m

b) Sin embargo, para garantizar un manejo seguro, el vehículo se equipó con software para evadir obstáculos, el cual hace que se detenga y evalúe su ubicación durante algunos segundos. De esta forma el vehículo se desplaza a la rapidez promedio durante 10 s, luego se detiene y evalúa el terreno durante 20 s antes de seguir hacia adelante por otros 10 s; después repite el ciclo. Tomando en cuenta esta programación ¿cuál sería su rapidez promedio al recorrer los 2 m?

$10 + 20 + 10 + 20 + 10 + 20 + 10 = 100\,s$
2.0 m en 100 s
Es igual a rapidez $= 0.02\,\frac{m}{s}$

Ejercicio de refuerzo 2.1:
Suponga que la programación del vehículo de exploración fuera para recorridos de 5.0 s y altos de 10 s. ¿Cuánto tiempo le tomaría recorrer los 2.0 m en este caso?
Con rapidez = 5.0 cm/s recorre 25 cm en los recorridos

Necesitamos 8 recorridos para llegar a 2.0 m

$5.0s + 10s + 5.0s + 10s + 5.0s + 10s + 5.0s + 10s + 5.0s + 10s + 5.0s + 10s + 5.0s + 10s + 5.0s$
$= 110s$

Le tomaría 110 s en recorrer los 2.0 m

Ejemplo 2.2: Ida y vuelta: velocidades medias
Un deportista trota de un extremo al otro de una pista recta de 300 m en 2.50 min y luego trota de regreso al punto de partida en 3.30 min. ¿Qué velocidad media

tuvo el depoltista
a) al trotar al final de la pista,
b) al regresar al punto de partida,
c) y en el trote total?

a) Tenemos: $x_0 = 0\ m$

$x_1 = 300\ m$

$t = 2.50\ min = 150\ s$

De la definición de velocidad

$$\underline{v} = \frac{x_1 - x_0}{t}$$

$$\underline{v} = \frac{300_m - 0_m}{150_s} \Rightarrow \underline{v} = 2.00\ m/s$$

b) Ahora tenemos: $x_0 = 300\ m$

$x_1 = 0\ m$

$t = 3.30\ min = 198\ s$

$$\underline{v} = \frac{x_1 - x_0}{t}$$

$$\underline{v} = \frac{0_m - 300\ m}{198\ s} \Rightarrow \underline{v} = -1.52\ m/s$$

c) Ahora $x_0 = 0\ m$

$x_1 = 0\ m$

$t = 348\ s$

$$\underline{v} = \frac{0m - 0m}{348\ s} \Rightarrow \underline{v} = 0\ m/s$$

Ejercicio de refuerzo 2.2:
Calcule la rapidez media del depoltista en cada caso del ejemplo y compárela con las velocidades medias respectivas

Para a) rapidez $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300\ m}{150\ s} = 2.00\ m/s$

Para b) rapidez $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300\ m}{198\ s} = 1.52\ m/s$

Para c) rapidez $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600\ m}{348\ s} = 1.72\ m/s$

Ejemplo 2.3: Frenado: aceleración media
Un matrimonio viaja en una camioneta SUV a 90 km/h por una carretera recta. Ven un accidente a lo lejos así que el conductor disminuye su velocidad a 40 km/h en 5.0 s ¿Qué aceleración media tuvo la camioneta?

$v_i = 90\ km/h$
$v_f = 40\ km/h$
$t = 5.0\ s = \frac{1}{720}\ h$

Definimos aceleración como:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$a = \frac{40\ km/h - 90\ km/h}{\frac{1}{720}\ h} \Rightarrow a = -36{,}000\ km/h^2$$

$$a = -2.8\ m/s^2$$

Ejercicio de refuerzo 2.3:
¿Una aceleración negativa necesariamente implica que el objeto en movimiento está desacelerando o que su rapidez está disminuyendo?
No, también si v es negativa puede considerarse como mayor rapidez en la dirección $-x$

Ejemplo 2.4: Arranque rápido, frenado lento: movimiento con aceleración constante
Un automóvil para "arrancones" que parte del reposo acelera en línea recta con una tasa constante de $5.5\ m/s^2$ durante $6.0\ s$
a) ¿Qué velocidad tiene el vehículo al final de ese periodo?
b) Si en ese momento el carro despliega un paracaídas que lo frena con una tasa uniforme de $2.4\ m/s^2$, ¿cuánto tardará en detenerse?
a) De la definición de aceleración:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \approx v_f = v_i + at$$

$$v_f = 0\ m/s + (5.5\ m/s^2)(6.0\ s)$$
$$v_f = 33\ m/s$$

b)

$$v_f = v_i + at$$
$$0\ m/s = 33\ m/s + (-2.4\ m/s^2)\,t$$
$$t = \frac{-33\ m/s}{-2.4\ m/s^2} = 13.75\ s \Rightarrow t = 14\ s$$

Ejercicio de refuerzo 2.4:
¿Qué velocidad instantánea tiene el carro 10 segundos después de desplegar el paracaídas?

$$v_f = v_i + at$$
$$v_f = 33\ m/s + (-2.4\ m/s^2)(10\ s)$$
$$v_f = 9.0\ m/s$$

Ejemplo 2.5: En el agua: uso de múltiples ecuaciones
En un lago una lancha de motor que parte del reposo acelera en línea recta con una tasa constante de $3.0\ m/s^2$ durante $8.0\ s$ ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$v_f = v_i + at$$
$$v_f = 0\ m/s + (3.0\ m/s^2)(8.0\ s)$$
$$v_f = 24\ m/s$$

Luego

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_o}{2}$$
$$\bar{v} = \frac{24\ m/s + 0}{2} \Longrightarrow \bar{v} = 12\ m/s$$

Finalmente

$$x = \bar{v}t$$
$$x = (12\ m/s)(8.0\ s)$$
$$x = 96\ m$$

Ejercicio de refuerzo 2.5:
Próximamente se deducirá la siguiente ecuación:
$$x = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$
Utilice los datos de este ejemplo para saber si esta ecuación da la distancia recorrida

$$x = (0)(8.0\ s) + \frac{(3.0\ m/s^2)(8.0\ s)^2}{2}$$
$$x = \frac{196\ m}{2}$$
$$x = 96\ m$$

Ejemplo conceptual 2.6: ¡Algo está mal!
Un estudiante trabajo en un problema en el que interviene un objeto que acelera de manera constante; el estudiante quiere encontrar v. Se sabe que $v_o = 0$ y $t = 3.0\ s$ pero no se conoce la aceleración. Él examina las ecuaciones cinemáticas y decide, utilizando $v = at$ y $x = \frac{1}{2}at^2$ (con $x_o = v_o = 0$) que puede eliminarse la incógnita a. Con $a = v/t$ y $a = 2x/t^2$ e igualando:
$$\frac{v}{t} = \frac{2x}{t^2}$$
pero x no se conoce, así que decide emplear $x = vt$ para

eliminarla y

$$\frac{v}{t} = \frac{2vt}{t^2}$$

Se simplifica

$$v = 2v \quad o \quad 1 = 2$$

¿Qué está incorrecto aquí?

$x = vt$ se usa para movimiento no acelerado únicamente. Ese es el error

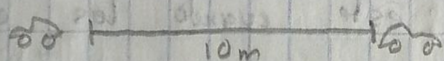
Ejercicio de refuerzo 2.6:

Si sólo se conocen v_0 y t ¿hay alguna forma de encontrar v utilizando las ecuaciones cinemáticas dadas?

No es posible

Ejemplo 2.7: Separación: ¿dónde están ahora?

Dos pilotos de carritos están separados por 10 m en una pista larga y recta, mirando en direcciones opuestas. Ambos parten al mismo tiempo y aceleran con una tasa constante de $2.0\ m/s^2$. ¿Qué separación tendrán los carritos luego de $3.0\ s$?

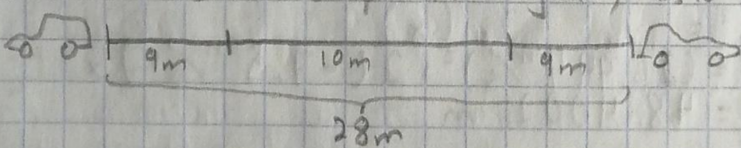


$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot a t^2$$

$$x = \frac{(2.0\ m/s^2)(3.0\ s)^2}{2}$$

$$x = 9\ m$$

Como ambos se comportan igual, esto quiere decir:



Estarán separados por 28 m

Ejercicio de refuerzo 2.7:

¿Sería diferente la separación si hubiéramos tomado la posición inicial del vehículo B como el origen en vez de la del vehículo A?

No, se habla de una distancia que es una diferencia sin importar el marco de referencia

Ejemplo 2.8:

La distancia de frenado de un vehículo es un factor importante para la seguridad en los caminos. Esta distancia depende de la velocidad inicial (v_0) y de la capacidad de frenado que produce la desaceleración a, que suponemos constante. Exprese la distancia de frenado x en términos de estas cantidades

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a(x)$$
$$0 = v_0^2 + 2ax$$
$$-v_0^2 = 2ax$$
$$-\frac{v_0^2}{2a} = x$$

Ejercicio de refuerzo 2.8:
Las pruebas han demostrado que el Chevy Blazer tiene una desaceleración de 7.5 m/s^2; en tanto que un Toyota Celica es de 9.2 m/s^2. Suponga que dos de estos vehículos se están conduciendo por un camino recto y plano a 97 km/h con el Célica adelante del Blazer. Un gato se cruza y ambos conductores aplican los frenos a la vez sin percance (sin arrollar ni golpear al gato).
¿A qué distancia mínima debe ir el Blazer del Célica para que no choque con éste cuando los dos vehículos se detienen?

Célica:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a(x)$$
$$0 = (97\ km/h)^2 + 2(-9.2\ m/s^2)x$$
$$0 = (26.944\ m/s)^2 + 2(-9.2\ m/s^2)x$$
$$x = 39.4567\ m$$

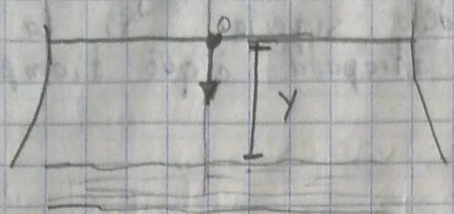
Blazer:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a(x)$$
$$0 = (26.944\ m/s)^2 + 2(-7.5\ m/s^2)x$$
$$x = 48.4002\ m$$

$$48.4002m - 39.4567m = 8.9435m$$

Deben de estar separados por lo menos 8.9435 m

Ejemplo 2.9: Piedra lanzada hacia abajo: repaso de ecuaciones de cinemática
Un niño parado sobre un puente lanza una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 14.7 m/s, hacia el río que pasa por abajo. Si la piedra choca contra el agua 2.00s después, ¿a qué altura está el puente sobre el agua?



$v_0 = -14.7\ \frac{m}{s}$ → será negativa por ir a $-y$
$g = 9.81\ \frac{m}{s^2}$
$y = ?$
$t = 2.00\,s$

Usamos la siguiente ecuación:

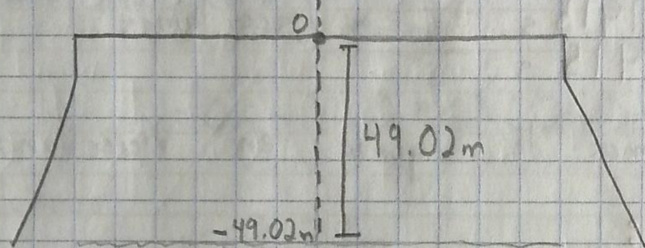
$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Sustituyendo:

$$y = 0 + (-14.7\ \tfrac{m}{s})(2.00\,s) - \frac{(9.81\ \tfrac{m}{s^2})(2.00\,s)^2}{2}$$

$$y = -49.02\ m$$

Lo anterior quiere decir



Por lo tanto, el puente está a 49.02 m de altura sobre el río

Ejercicio de refuerzo 2.9:
¿Cuánto más tardaría la piedra de este ejemplo en tocar el agua si el niño la hubiera dejado caer en vez de lanzarla?

$v_0 = 0$
$g = 9.81\ \frac{m}{s}$
$y = -49.02\,m$
$t = ?$

Usamos la ecuación

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-49.02\,m = 0\,m - \frac{(9.81\ \tfrac{m}{s^2})(t^2)}{2}$$

$$t = 3.16131\,s$$

Tardaría 3.16 segundos, es decir, 1.16 segundos más.

Ejemplo 2.10: Medición del tiempo de reacción: caída libre
El tiempo de reacción de una persona puede medirse pidiendo a otra persona que deje caer una regla (sin previo aviso) cuya base está a la altura del pulgar y el índice de la primera persona. La primera persona sujeta lo antes posible

la regla que cae, y se toma nota de la longitud de la regla que quedó por debajo del dedo superior. Si la regla desciende 18.0 cm antes de ser atrapada ¿qué tiempo de reacción tiene la persona?

A partir de la fórmula

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

Sustituimos

$$0\ cm = 18\ cm + (0)t - \frac{(9.81\ m/s^2)t^2}{2}$$

$$9.81\ \frac{m}{s^2} \times \frac{100\ cm}{1\ m} = 981\ cm/s^2$$

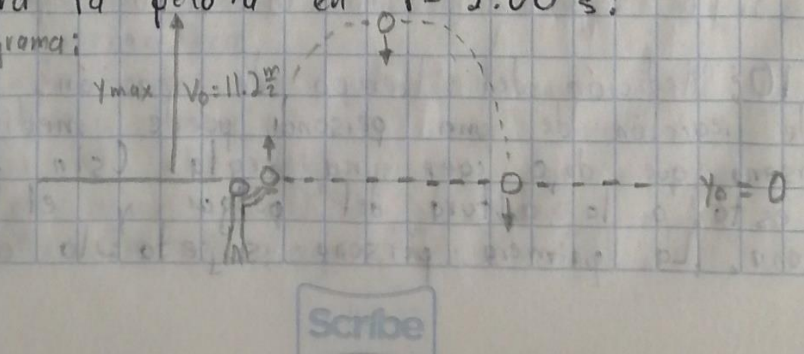
$$0\ cm = 18\ cm - \frac{981\ cm/s^2\ t^2}{2}$$

Resolviendo: $t_1 = -0.1915\ s$ → descartamos
$t_2 = 0.1915\ s$

Tarda casi 2 décimas de segundo en reaccionar

Ejercicio de refuerzo 2.10:
Un truco popular consiste en usar un billete nuevo de dólar en vez de la regla y decir a la persona que puede quedarse con el billete si lo puede atrapar. ¿Es buen negocio la propuesta? (La longitud de un billete de dólar es de 15.7 cm)
No es buen negocio porque no conseguirá atraparlo, si mantenemos los datos del problema anterior.

Ejemplo 2.11: Caída libre hacia arriba y hacia abajo: uso de datos implícitos
Un trabajador que está parado en un andamio junto a una valla lanza una pelota hacia arriba. La pelota tiene una velocidad inicial de 11.2 m/s cuando sale de la mano del trabajador en la parte más alta de la valla.
a) ¿Qué altura máxima alcanza la pelota sobre la valla?
b) ¿Cuánto tarda en llegar a esa altura?
c) ¿Dónde estará la pelota en t = 2.00 s?
a) Tenemos el diagrama:



Usando la fórmula

$$v_f^2 = v_0^2 - 2g(y_f - y_0)$$
$$0 = (11.2\ m/s)^2 - 2(9.81\ m/s^2)(y_f)$$

Resolviendo

$$y_f = 6.393\ m$$

b) Usando la fórmula

$$y = y_0 + \frac{(v + v_0)t}{2}$$
$$6.393\,m = 0\,m + \frac{(0\ m/s + 11.2\ m/s)t}{2}$$

Resolviendo

$$t = 1.1416\,s$$

c) Usando la fórmula

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$
$$y = 0\,m + (11.2\ m/s)(2s) - \frac{(9.81\ m/s^2)(2s)^2}{2}$$

Resolviendo

$$y = 2.78\,m$$

Ejercicio de refuerzo 2.11:
¿A qué altura la pelota de este ejemplo tiene una rapidez de 5.00 m/s?

Con la fórmula

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$
$$\frac{v^2 - 11.2^2}{-2g} = y - y_0$$
$$\frac{25 - 125.44}{-19.62} = y$$
$$y = 5.119\ m$$

Ejemplo 2.12: Caída libre en Marte
El Mars Polar Lander se lanzó en enero de 1999 y se perdió cerca de la superficie marciana en diciembre de 1999. Supongamos que se dispararon los retro-cohetes y luego se apagaron y que la nave se detuvo para después caer hasta la superficie desde una altura de 40 m. Considerando que la nave está en caída libre ¿con qué velocidad hizo impacto con la superficie?

Usamos

$$v^2 = v_0^2 - 2gy$$

Tomamos $g = 0.379(9.81) = 3.71799$

$$v^2 = 0 - 2(3.718\ m/s^2)(-40\ m)$$

$$\therefore\ v = 17.2464$$

Ejercicio de refuerzo 2.12:

Desde los 40m ¿cuánto tardó el descenso del Lander?

Usamos $v = v_0 - gt$

$$17.2464\ m/s = 0\ m/s - (3.718\ m/s^2)\ t$$

Así

$$t = 4.638\ s$$

Ejemplo 3.1: A rodar; uso de los componentes de movimiento
Si una pelota que se mueve en diagonal tiene una velocidad constante de 0.50 m/s en un ángulo de 37° relativo al eje x, calcule qué distancia recorrerá en 3.0 s usando los componentes x y y de su movimiento

Para x

$v_x = v\cos\theta$
$v_x = (0.50\ m/s)\cos(37°)$
$v_x = 0.399\ m/s$

Ahora

$x = v_x t$
$x = (0.399\ m/s)(3.0\ s)$
$x = 1.198\ m$

Para y

$v_y = v\ \text{sen}\ \theta$
$v_y = (0.50\ m/s)\ \text{sen}\ (37°)$
$v_y = 0.301\ m/s$

Ahora

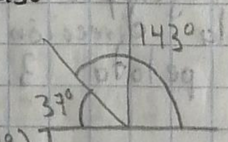
$y = v_y t$
$y = (0.301\ m/s)(3.0\ s)$
$y = 0.903\ m$

La distancia real de la trayectoria es:

$d = \sqrt{x^2 + y^2}$
$d = \sqrt{1.198^2 + 0.903^2}$
$d = 1.5002\ m$

Recorrió 1.5 m en 3.0 s

Ejercicio de refuerzo 3.1:
Suponga que una pelota rueda diagonalmente por una mesa con la misma rapidez que en este ejemplo, pero desde la esquina inferior derecha, que se toma como origen del sistema de coordenadas, hacia la esquina superior izquierda, con un ángulo 37° relativo al eje −x. Calcule los componentes de velocidad en este caso



Para x

$v_x = v[\cos(\theta)]$
$v_x = (0.50\ m/s)[\cos(143°)]$
$v_x = -0.399\ m/s$

Para y

$v_y = v[\text{sen}(\theta)]$
$v_y = (0.50\ m/s)[\text{sen}(143)]$
$v_y = 0.301\ m/s$

Recorre la misma distancia, pues sólo cambia la dirección

Ejemplo 3.2: Una trayectoria curva: componentes vectoriales
Suponga que una pelota tiene una velocidad inicial de 1.50 m/s sobre el eje x, misma que es constante; y que, a partir de $t_0 = 0$ recibe una aceleración de 2.80 m/s² en la dirección y
a) ¿Dónde estará la pelota 3.00 s después de t_0?
b) ¿Qué velocidad tiene la pelota en ese momento

a) Para x

Sabemos que $v_{0x} = 1.50\,m/s$

$$x = x_0 + v_x t$$
$$x = 0 + (1.50\,m/s)(3.00\,s)$$
$$\therefore\ x = 4.50\,m$$

Ahora, para y

$$y = 0 + 0(3.00\,s) + \frac{(2.80\,m/s^2)(3.00\,s)^2}{2}$$
$$\therefore\ y = 12.6\,m$$

La posición de la pelota es en $(4.50\,m, 12.6\,m)$

b)

$$v_x = v_{x_0} + a_x t \qquad v_y = v_{y_0} + a_y t$$
$$v_x = 1.50\,m/s + 0 \qquad v_y = 0 + (2.80\,m/s^2)(3.00\,s)$$
$$\therefore\ v_x = 1.50\,m/s \qquad \therefore\ v_y = 8.4\,m/s$$

Ahora

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$v = \sqrt{(1.50\,m/s)^2 + (8.4\,m/s)^2}$$
$$\therefore\ v = 8.53\,m/s$$

y su dirección relativo al eje x es:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8.4\,m/s}{1.5\,m/s}\right)$$
$$\therefore\ \theta = 79.875°$$

Ejercicio de refuerzo 3.2:

Suponga que la pelota de este ejemplo también recibió una aceleración de $1.00\,m/s^2$ en la dirección $+x$ a partir de t_0. ¿En qué posición estaría la pelota 3.00 s después de t_0 en este caso?

$$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{a_x t^2}{2}$$
$$x = 0 + (1.50\,m/s)(3.00\,s) + \frac{(1.00\,m/s^2)(3.00\,s)^2}{2}$$
$$x = 9$$

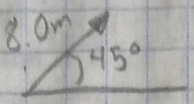
Como y no sufre cambios, estará en $(9.00\,m, 12.6\,m)$

Ejemplo 3.4: Encuentre el vector: súmelos

Tenemos dos vectores de desplazamiento: $\vec{A}$ con magnitud de 8.0 m y dirección de 45° por debajo del eje $+x$, y $\vec{B}$, cuyas componentes x y y son $+2.0\,m$ y $+4.0\,m$, respectivamente. Encuentre un vector $\vec{C}$ tal que $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ sea igual a un vector

$\vec{D}$ con magnitud de 6.0m en la dirección +y

Obtengamos $\vec{A}$



$x = (8.0\,m)(\cos 45)$
$x = 5.657\,m$

$y = (8.0\,m)(\text{sen } 45)$
$y = 5.657\,m$

Negativo porque se encuentra bajo el eje x

Tenemos: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{D}$

que es: $\begin{bmatrix} 5.657\,m \\ -5.657\,m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.0\,m \\ 4.0\,m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x\,m \\ y\,m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\,m \\ 6.0\,m \end{bmatrix}$

Entonces:

$$-5.657 + 2 + x = 0$$
$$\therefore x = -7.657$$

$$-5.657 + 4 + y = 6$$
$$\therefore y = 7.657$$

Así $\vec{C} = (-7.657m, 7.657m)$

Ejercicio de refuerzo 3.4:

Suponga que $\vec{D}$ apunta en el sentido opuesto. Determine $\vec{C}$ en este caso

x no sufre cambios

$$-5.657 + 4 + y = -6$$
$$\therefore y = -4.343$$

Así $\vec{C} = (-7.657m, -4.343m)$

Ejemplo 3.5: Inicio hasta arriba: proyección horizontal

Suponga que una pelota se proyecta desde una altura de 25.0 m sobre el suelo y se le imprime una velocidad horizontal inicial de 8.25 m/s. a) ¿Cuánto tiempo tardará la pelota en golpear el suelo? b) ¿A qué distancia del edificio tocará el suelo la pelota?

a) Ya que los comportamientos son independientes, analizamos la caída con:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

Sustituyendo:

$$0\,m = 25\,m + (0\,m/s)t - \frac{(9.81\,m/s^2)t^2}{2}$$

Resolviendo

$t_1 = -2.2576$ → Lo descartamos

$t_2 = 2.2576$

Le toma 2.2576 s llegar al suelo

b) Ahora que conocemos el tiempo, lo usaremos con la fórmula

$$x = x_0 + \bar{v}t$$

Sustituyendo:

$$x = 0\,m + (8.25\,m/s)(2.2576\,s)$$
$$x = 18.6252\,m$$

Cae a 18.6252 m de distancia de donde se lanzó

Ejercicio de refuerzo 3.5:

a) Colocando los ejes en la base del edificio, demuestre que la ecuación resultante es la misma que en el ejemplo

b) ¿Qué velocidad (en forma de componentes) tiene la pelota justo antes de tocar el suelo?

a) Colocar los ejes en el suelo implica que $y = 0\,m$, $y_0 = 25\,m$. Ahora, colocarlos sobre el punto de donde se suelta implica que $y_0 = 0\,m$, $y = -25\,m$

Así

$$-25\,m = 0\,m + (0\,m/s)t - \frac{(9.81\,m/s^2)t^2}{2}$$

Y al despejar:

$$0\,m = 25\,m + (0\,m/s)t - \frac{(9.81\,m/s^2)t^2}{2}$$

Que es la misma ecuación

b) $v_x = 8.25\,m/s$

Para v_y usamos:

$$v = v_0 - gt$$

Sustituimos:

$$v_y = -(9.81\,m/s^2)(2.2576\,s)$$
$$\therefore v_y = -22.147\,m/s$$

Así:

$$v_x = 8.25\,m/s$$

$$v_y = -22.147\,m/s$$

Ejemplo 3.6: El primer golpe del golf: proyección angulada
Supongamos que un golfista golpea una pelota en el "tee" dándole una velocidad inicial de 30.0 m/s con un ángulo de 35° respecto a la horizontal
a) ¿Qué altura máxima alcanza la pelota?
b) ¿Qué alcance tiene?

a) Podemos encontrar la altura máxima si $v_y = 0$ para

$$v_y = v_{y0} - gt$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt$$

Sustituyendo:

$$0\,\text{m/s} = (30.0\,\text{m/s})[\operatorname{sen}(35°)] - (9.81\,\text{m/s}^2)t$$

Resolviendo:

$$t = 1.754\,s$$

Ahora sabemos el tiempo en el que alcanza la altura máxima, así que usamos:

$$y = (v_0 \operatorname{sen}\theta)t - \frac{gt^2}{2}$$

Sustituyendo:

$$y = \{(30.0\,\text{m/s})[\operatorname{sen}(35°)]\}(1.754\,s) - \frac{(9.81\,\text{m/s}^2)(1.754\,s)^2}{2}$$

$$\therefore y = 15.091\,m$$

b) Usando:

$$y = (v_0 \operatorname{sen}\theta)t - \frac{gt^2}{2}$$

Sustituimos: $$0\,m = \{(30.0\,\text{m/s})[\operatorname{sen}(35°)]\}t - \frac{(9.81\,\text{m/s}^2)t^2}{2}$$

Resolviendo:

$$t_1 = 0\,s$$
$$t_2 = 3.51\,s$$

Volvemos a conocer el tiempo que lo usaremos para

$$x = (v_0 \cos\theta)t$$

Sustituyendo:

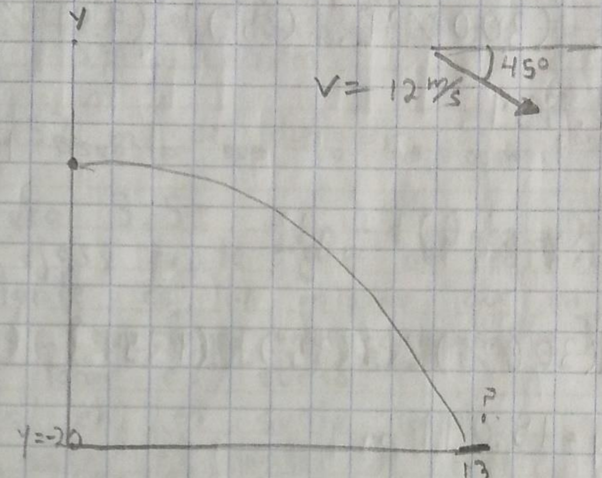
$$x = (30.0\,\text{m/s})[\cos(35°)](3.51\,s)$$
$$\therefore x = 86.257\,m$$

Ejercicio de refuerzo 3.6:
¿Cómo cambiarían los valores de altura máxima y alcance si la pelota se hubiera golpeado inicialmente igual en la superficie de la luna? (Sugerencia: $g_L = g/6$, es decir, la aceleración debida a la gravedad en la luna es la sexta parte que en la Tierra) No realice cálculos numéricos. Obtenga las respuestas examinando las ecuaciones

De manera lineal. Ambos aumentan 6 veces

Ejemplo 3.7: Un lanzamiento desde el puente
Una chico que está parado en un puente lanza una piedra con una velocidad inicial de $12\,m/s$ en un ángulo de $45°$ bajo la horizontal, en un intento por golpear un trozo de madera que flota en el río. Si la piedra se lanza desde una altura de 20m sobre el río y llega a éste cuando la madera está a 13 m del puente, ¿golpeará la tabla? (Suponga que la tabla prácticamente no se mueve y que está en el plano del lanzamiento)

Modelamos



$\therefore$
$v_x = 8.485\,m/s$
$v_y = -8.485\,m/s$

Usamos la fórmula:

$$y = v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$-20 = (-8.485\,m/s)t - \frac{(9.81\,m/s^2)t^2}{2}$$

Resolviendo

$t_1 = -3.0617\,s \rightarrow$ lo descartamos
$t_2 = 1.3318\,s$

Con el dato anterior, usamos la fórmula

$$x = v_{x0}t$$

$$x = (8.485\,m/s)(1.3318\,s)$$

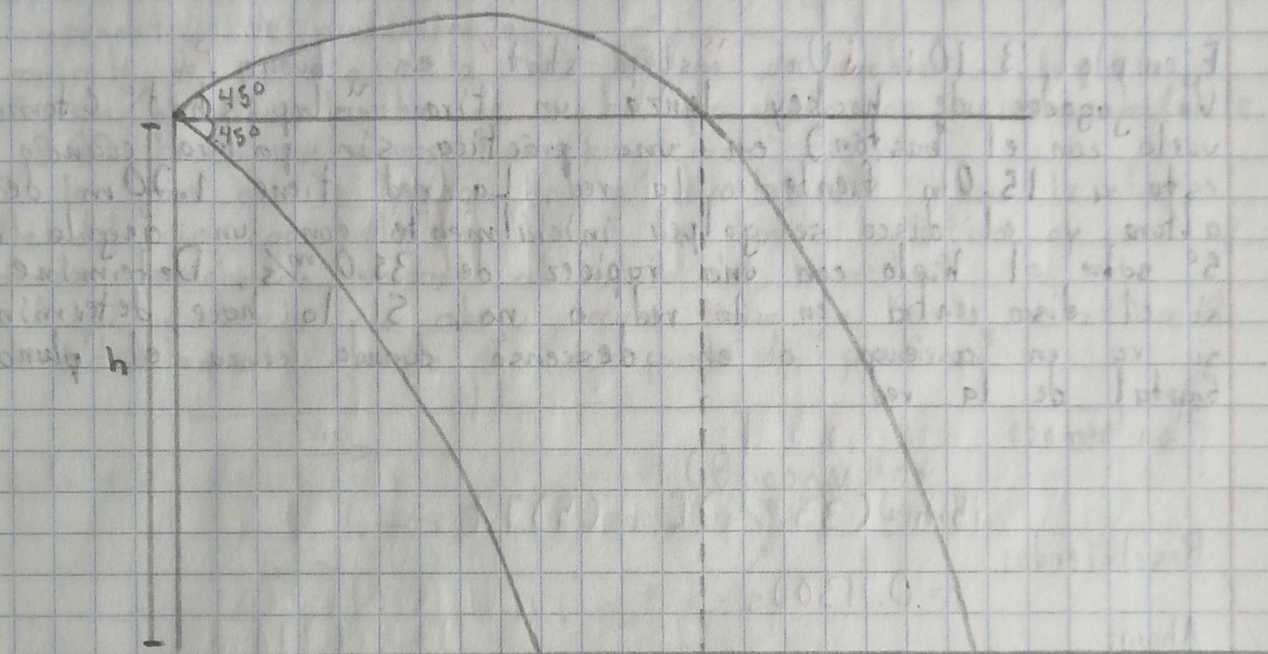
$$\therefore x \approx 11.3\,m$$

El lanzamiento se quedó corto

Ejercicio de refuerzo 3.7:
a) ¿Por qué supusimos que la tabla está en el plano del lanzamiento?
b) ¿Por qué en este ejemplo no usamos la ecuación del alcance de proyectil x_{max} para encontrar el alcance?
a) Para evitar pensar que la piedra puede caer a un lado de la tabla
b) Porque $y_{inicial} \neq y_{final}$

Ejemplo conceptual 3.8: ¿Cuál tiene mayor rapidez?
Considere dos pelotas, ambas lanzadas con la misma rapidez v_0, pero una con un ángulo de 45° arriba de la horizontal y la otra con 45° abajo de la horizontal. Determine si al llegar al suelo la pelota lanzada hacia arriba tiene mayor rapidez, la pelota lanzada hacia abajo tiene mayor rapidez o ambas tienen la misma rapidez

Observemos



Si trazamos una línea horizontal vemos que la pelota sube y vuelve a tocar esta línea. De hecho, cuando lo hace, la velocidad de la pelota es v_0 con un ángulo de 45° bajo la horizontal. Entonces, imita al comportamiento de la lanzada hacia abajo, por tanto, ambas tienen la misma rapidez

Ejercicio de refuerzo 3.8:
Suponga que la pelota lanzada hacia abajo se proyectó con un ángulo de -40°. ¿Qué pelota golpearía con mayor rapidez en este caso?
Ambas impactan con la misma rapidez

Ejemplo conceptual 3.9: El salto más largo: teoría y práctica
En una competencia de salto de longitud ¿el saltador normalmente tiene un ángulo de lanzamiento menor que 45°, exactamente 45° o mayor que 45°?
En general se logra una mayor velocidad corriendo que saltando, es decir $v_{x0} > v_{y0}$. Entonces como $\theta = \tan^{-1}(v_{y0}/v_{x0})$ tenemos que $\theta < 45°$ donde $v_{y0}/v_{x0} < 1$

Ejercicio de refuerzo 3.9:
Al saltar para anotar, los jugadores de baloncesto parecen estar suspendidos momentáneamente o "colgados" en el aire. Explique la física de este efecto
En la cúspide de la parábola, el movimiento del jugador es cero. Aquí el movimiento horizontal es mayor y el vertical es mínimo. Por ello parecen suspenderse en el aire

Ejemplo 3.10: ¿Un "slap shot" es bueno?
Un jugador de hockey lanza un tiro "slap shot" (tomando vuelo con el bastón) en una práctica sin portero cuando está a 15.0 m frente a la red. La red tiene 1.20 m de altura y el disco se golpea inicialmente con un ángulo de 5° sobre el hielo con una rapidez de 35.0 m/s. Determine si el disco entra en la red o no. Si lo hace, determine si va en ascenso o en descenso cuando cruza el plano frontal de la red

Planteamos:

$$x = (v_o \cos\theta)\, t$$

$$15\,m = (35\,m/s)[\cos(5)]\, t$$

Resolviendo:

$$t = 0.4302\,s$$

Ahora:

$$y = (v_o \operatorname{sen}\theta)\, t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y = (35\,m/s)[\operatorname{sen}(5)](0.4302\,s) - \frac{(9.81\,m/s^2)(0.4302\,s)^2}{2}$$

$$y = 0.4045\,m$$

El disco entra en la red

El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima se da por:

$$v_y = v_{yo} - g t_a \qquad \text{con} \quad v_y = 0$$

Así:

$$t_a = \frac{v_{yo}}{g} = \frac{v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$t_a = \frac{(35\,m/s)[\operatorname{sen}(5)]}{9.81\,m/s^2}$$

$$\therefore t_a = 0.3109\,s$$

Va descendiendo

Ejercicio de refuerzo 3.10:
¿A qué distancia de la red comenzó a descender el disco?
Planteamos:

$$x = (v_0 \cos\theta)\, t$$
$$x = (35\ \text{m/s})\,[\cos(5)]\,(0.3109\ \text{s})$$
$$\therefore\ x = 10.84$$
$$15 - 10.84 = 4.15$$

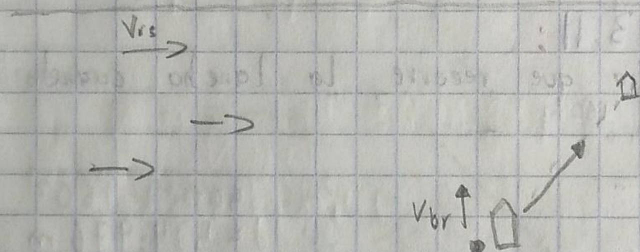
Desciende a 4.15 m de la red

Ejemplo 3.11: Al otro lado del río y río abajo: velocidad relativa y componentes de movimiento

La corriente de un río recto de 500 m de anchura fluye a 2.55 km/h. Una lancha de motor que viaja con rapidez constante de 8.00 km/h en aguas tranquilas cruza el río

a) Si la proa de la lancha apunta directamente hacia la otra orilla del río, ¿qué velocidad tendrá la lancha relativa a un observador estacionario sentado al inicio del trayecto?

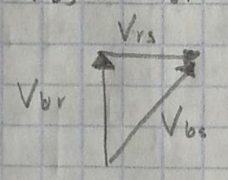
b) ¿A qué distancia río abajo tocará tierra la lancha relativa al punto directamente opuesto a su punto de partida?



a) La velocidad relativa se obtiene al sumar los vectores:

$$\vec{V}_{bs} = \vec{V}_{br} + \vec{V}_{rs}$$

Vemos que:



Así:

$$V_{bs} = \sqrt{V_{br}^2 + V_{rs}^2}$$
$$V_{bs} = \sqrt{(8\ \text{km/h})^2 + (2.55\ \text{km/h})^2}$$
$$V_{bs} = \sqrt{(2.22\ \text{m/s})^2 + (0.709\ \text{m/s})^2}$$
$$V_{bs} = 2.33\ \text{m/s}$$

La dirección se define por:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_{rs}}{V_{br}}\right)$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.709\ \text{m/s}}{2.22\ \text{m/s}}\right)$$
$$\therefore\ \theta = 17.7°$$

Lleva 2.33 m/s en 17.7° de ángulo respecto al sentido que lleva la lancha

b) Para obtener la distancia x que la lancha es arrastrada usamos componentes

Vemos que en la dirección y:

$$y_{max} = V_{br} t$$

Así:

$$t = \frac{y_{max}}{V_{br}}$$

$$t = \frac{500 m}{2.22 m/s}$$

$$\therefore t = 225 s$$

Durante ese tiempo la lancha es arrastrada una distancia de:

$$x = V_{rs} t$$

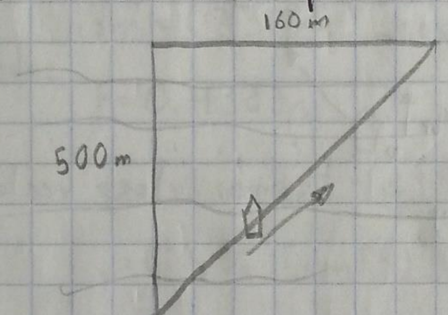
$$x = (0.709 m/s)(225) s$$

$$\therefore x = 160 m$$

La lancha toca tierra 160 m río abajo.

Ejercicio de refuerzo 3.11:

¿Cuál es la distancia que recorre la lancha cuando cruza el río?



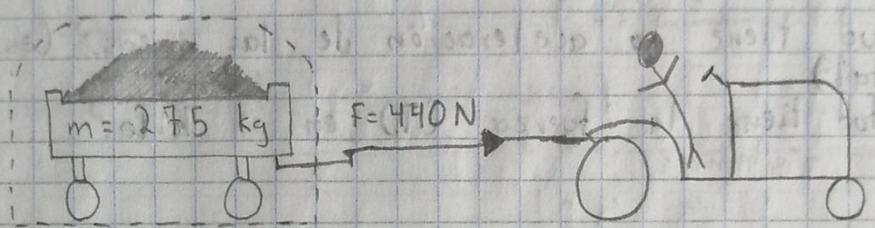
$$d = \sqrt{500^2 + 160^2}$$

$$\therefore d = 524.976 m$$

Recorre 524.976 m

Ejemplo 4.1: Segunda ley de Newton: cálculo de la aceleración
Un tractor tira de un remolque cargado sobre un camino plano, con una fuerza horizontal constante de 440 N. Si la masa total del remolque y su contenido es de 275 kg, ¿qué aceleración tiene el remolque? (Desprecie todas las fuerzas de fricción)
Nuestro sistema se modela de la siguiente manera:

Sistema



Sabemos que $F = 440\ N$ (es neta por despreciar la fricción)
$m = 275\ kg$

Usamos la fórmula:

$$\underline{F} = m\underline{a}$$

Sustituyendo:

$$440N = (275\ kg)\,a$$
$$\therefore\ a = 1.60\ m/s^2 \text{ en dirección de la tracción}$$

Ejercicio de refuerzo 4.1:
Suponga que la fuerza aplicada al remolque es de 550 N. Suponga que hay una fuerza de fricción eficaz de $f = 140\ N$ ¿qué velocidad tendría el remolque 4.0 s después de partir del reposo?
Ahora la aceleración la calculamos así:

$$a = \frac{F_{neta}}{m} = \frac{F - f}{m} = \frac{440N - 140N}{275\ kg} = 1.091\ m/s^2$$

Usamos la fórmula:

$$v = v_0 + at$$

Sustituyendo:

$$v = 0\ m/s + (1.091\ m/s^2)(4.0\ s)$$
$$\therefore\ v = 4.3636\ m/s$$

Ejemplo 4.2: Segunda ley de Newton: cálculo de la masa
Un estudiante pesa 588 N. ¿Qué masa tiene?
Usando la fórmula:

$$\underline{w} = m\underline{g}$$

Sustituimos:

$$588N = m(9.81\ m/s^2)$$

$\therefore m = 59.94\ kg$

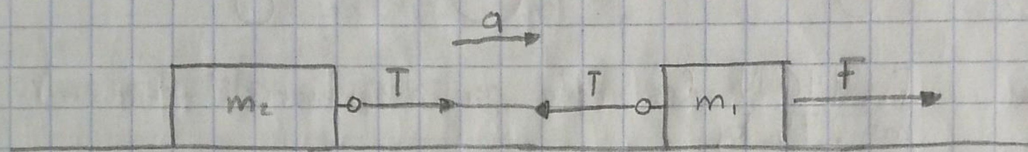
~~Ejercicio de refuerzo 4.1~~

Ejemplo 4.3: Segunda ley de Newton: ¿Todo el sistema o una parte?
Dos bloques con masas $m_1 = 2.5\ kg$ y $m_2 = 3.5\ kg$ descansan en una superficie sin fricción y están conectados con un cordel ligero (cuando un objeto se describe como "ligero", se puede despreciar su masa). Se aplica una fuerza horizontal (F) de magnitud de $12\ N$ a m_1

a) ¿Qué magnitud tiene la aceleración de las masas? (es decir, del sistema total)

b) ¿Qué magnitud tiene la fuerza (T) en el hilo?

a) Modelamos el sistema

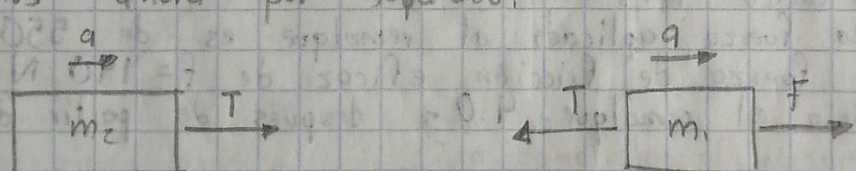


Consideramos todo el sistema, pues sólo nos interesa la fuerza externa a éste, así:

$$a = \frac{F_{neta}}{m} = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{12.0\ N}{2.5\ kg + 3.5\ kg}$$

$$\therefore a = 2.0\ m/s^2$$

b) Observemos ahora por separado:



Vemos que la única fuerza para acelerar a m_2 es T.
Conocemos los valores de m_2 y a, así que esta fuerza se obtiene por:

$$F_{neta} = T = m_2 a = (3.5\ kg)(2.0\ m/s^2)$$

$$\therefore T = 7.0\ N$$

Observamos ahora para m_1 que también existe T y hay que calcularla a partir de la suma vectorial de las fuerzas de m_1:

$$F_{neta} = F - T = m_1 a$$

Así:

$$T = F - m_1 a$$

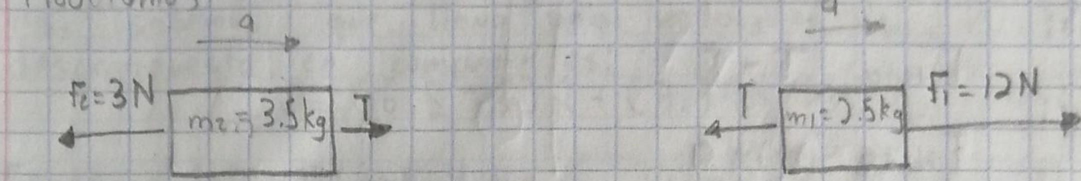
$$T = 12.0\ N - (2.5\ kg)(2.0\ m/s^2)$$

$$\therefore T = 7.0\ N$$

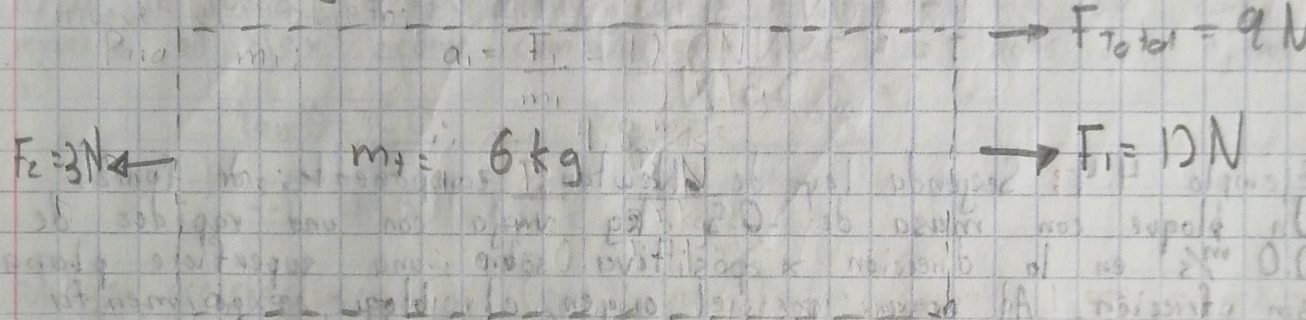
Ejercicio de refuerzo 4.3:

Suponga que se aplica a m_2 una segunda fuerza horizontal de 3.0 N hacia la izquierda. ¿Qué tensión habrá en el cordel en este caso?

Modelamos



Que en conjunto se ve así:

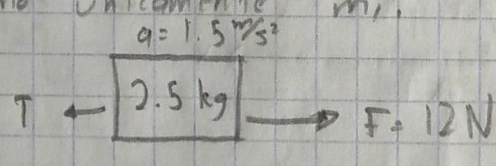


La diferencia de fuerzas nos lleva a pensar que la fuerza resultante es a la derecha con magnitud de 9.0 N

Para calcular aceleración hacemos:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{9N}{6 kg} \rightarrow a = 1.5 m/s^2$$

Si ahora tomo únicamente m_1:



Digo que:

$$F_{neto} = F - T$$

pero también

$$F_{neto} = m_1 a$$

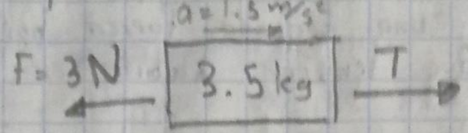
Así:

$$F - T = m_1 a$$

Sustituyo:

$$12N - T = (2.5 kg)(1.5 m/s^2)$$
$$12N - (2.5 kg)(1.5 m/s^2) = T$$
$$T = 12N - 3.75$$
$$\therefore T = 8.25 N$$

Podemos comprobar haciendo lo mismo para m_2:



Sabemos que:

$$F_{Neta} = T - F$$

También que:

$$F_{Neta} = m_2 a$$

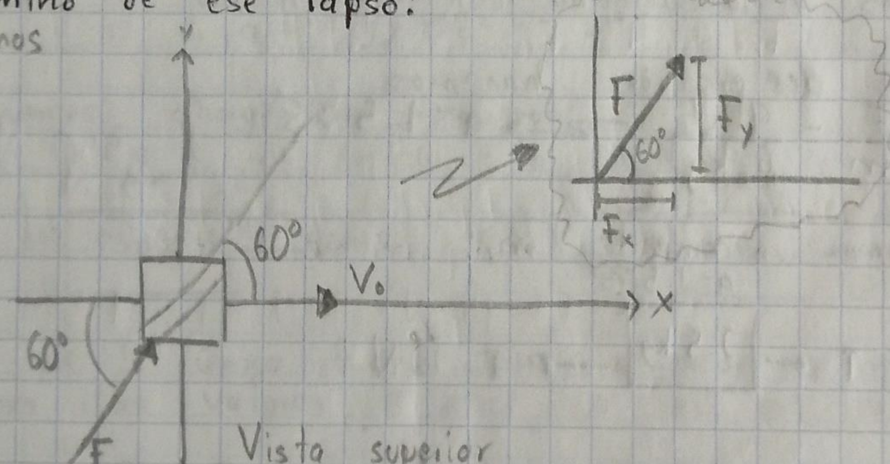
Por tanto:

$$T - F = m_2 a$$
$$T - 3.0N = (3.5\ kg)(1.5\ m/s^2)$$
$$T = 5.25N + 3.0N$$
$$\therefore T = 8.25\ N$$

Ejemplo 4.4: Segunda ley de Newton: componentes de fuerza

Un bloque con masa de 0.5 kg viaja con una rapidez de 2.0 m/s en la dirección x positiva sobre una superficie plana sin fricción. Al pasar por el origen, el bloque experimenta durante 1.5 s una fuerza constante de 3.0 N que forma un ángulo de 60° con respecto al eje x. ¿Qué velocidad tiene el bloque al término de ese lapso?

Modelamos



Calcularemos F_x y F_y

$$F_x = (3.0N)(\cos 60°) = 1.5\ N$$
$$F_y = (3.0\ N(\operatorname{sen} 60°) = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ N$$

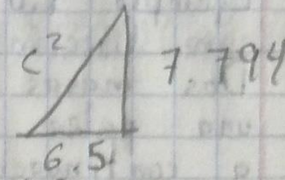
Como $F = ma$, encontraremos a_x y a_y

$$a_x = \frac{1.5\ N}{0.5\ kg} = 3.0\ m/s^2$$

$$a_y = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}\ N}{0.5\ kg} = 3\sqrt{3}\ m/s^2$$

Calculamos ahora la velocidad para cada componente:

$$v_x = (2.0\,\tfrac{m}{s}) + (3.0\,\tfrac{m}{s^2})(1.5\,s)$$
$$\therefore v_x = 6.5$$
$$v_y = (3\sqrt{3}\,\tfrac{m}{s^2})(1.5\,s)$$
$$\therefore v_y = 7.794\,\tfrac{m}{s}$$



Así, sabemos que lleva una velocidad de $10.149\,\tfrac{m}{s}$ o descompuesto en componentes:

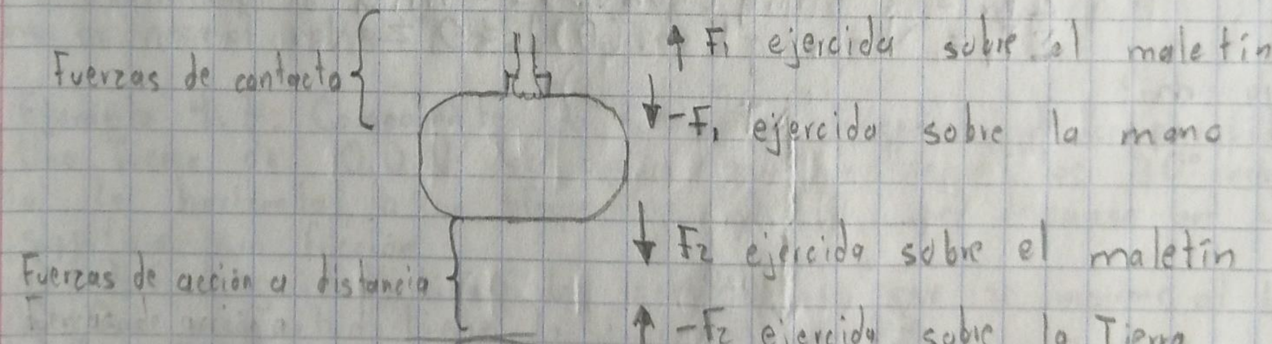
$$\vec{v} = (6.5\,\tfrac{m}{s})\,\hat{x} + (7.794\,\tfrac{m}{s})\,\hat{y}$$

Ejercicio de refuerzo 4.4:
a) ¿Qué dirección tiene la velocidad al término de los 1.5 s?
b) Si la fuerza se aplicara con un ángulo de 30° con respecto al eje x ¿cómo cambiarían los resultados del ejemplo?
a)

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA} \Rightarrow \tan\theta = \frac{7.794}{6.5}$$
$$\therefore \theta = 50.174°$$

b) Las aceleraciones se invertirían. Esto causaría un cambio en el cálculo final de la velocidad

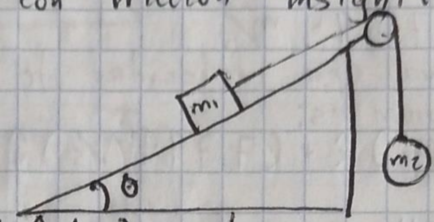
Ejemplo conceptual 4.5: ¿Dónde están los pares de fuerza de la tercera ley de Newton?
Una mujer que espera cruzar la calle lleva un maletín en la mano. Identifique todos los pares de fuerza según la tercera ley de Newton en relación con el maletín en esta situación



Ejercicio de refuerzo 4.5:
La mujer sin darse cuenta tira su maletín. ¿Existe algún par de fuerza según la tercera ley en esta situación? Explique su respuesta
Sí, la atracción gravitacional que existe entre el maletín cayendo y la Tierra

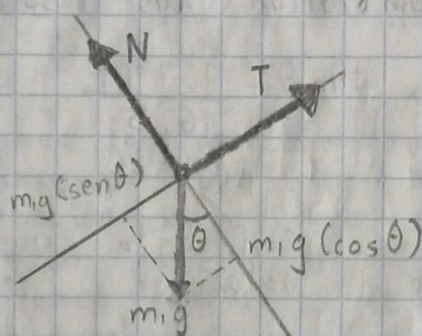
Ejemplo 4.6: ¿Sube o baja?: movimiento en un plano inclinado sin fricción

Dos masas están unidas por un hilo ligero que pasa por una polea ligera con fricción insignificante como se aprecia a continuación:



Una masa ($m_1 = 5.0$ kg) está en un plano inclinado de $20°$ sin fricción y el otro ($m_2 = 1.5$ kg) cuelga libremente. Calcule la aceleración de las masas

Para m_1:

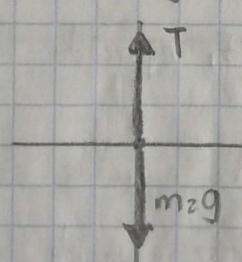


Suponemos que m_1 acelera hacia arriba (es decir, que la tensión es una aceleración mayor al peso). Esto es una aceleración en dirección de $+x$.

La fuerza descompuesta en componentes es:

$$\Sigma F_x = T - m_1g[\text{sen}(\theta)] = m_1 a$$
$$\Sigma F_y = N - m_1g[\cos(\theta)] = 0$$ ⇒ las fuerzas se cancelan

Para m_2:



$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = m_2g - T = m_2 a$$

Sumamos ΣF_x de m_1 y ΣF_y de m_2

$$\cancel{T} - m_1g(\text{sen}\,\theta) + m_2g - \cancel{T} = m_1 a + m_2 a$$
$$m_2g - m_1g(\text{sen}\,\theta) = (m_1 + m_2)a$$

Despejamos a

$$a = \frac{m_2g - m_1g(\text{sen}\,\theta)}{m_1 + m_2}$$

Sustituimos

$$a = \frac{(1.5\ kg)(9.81\ m/s^2) - (5.0\ kg)(9.81\ m/s^2)(\text{sen } 20°)}{5.0\ kg + 1.5\ kg}$$

$\therefore\ a = -0.317$

El signo negativo indica que la aceleración es opuesta a la dirección supuesta, es decir, en realidad m_1 baja por el plano y m_2 sube

Ejercicio de refuerzo 4.6:

a) En este ejemplo ¿cuál sería la masa mínima de m_2 para que m_1 no acelere ni hacia arriba ni hacia abajo del plano?

b) Con las mismas masas del ejemplo ¿cómo tendría que ajustarse el ángulo de inclinación para que m_1 no acelere arriba ni abajo del plano?

a) Ya modelado:

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g(\text{sen } \theta)}{m_1 + m_2}$$

Ahora sustituimos:

$$0 = \frac{m_2(9.81\ m/s^2) - (5.0\ kg)(9.81\ m/s^2)(\text{sen } 20°)}{5.0\ kg + m_2}$$

Resolviendo:

$$m_2 = 1.7101\ kg$$

b) Con el modelo anterior sustituimos:

$$0 = \frac{(1.5\ kg)(9.81\ m/s^2) - (5.0\ kg)(9.81\ m/s^2)(\text{sen } \theta)}{5.0\ kg + 1.5\ kg}$$

Resolviendo

$$\theta = 17.458°$$

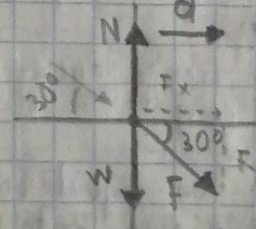
Ejemplo 4.7: Componentes de fuerza y diagramas de cuerpo libre

Una fuerza de 10.0 N se aplica con un ángulo de 30° respecto a la horizontal, a un bloque de 1.25 kg que descansa en una superficie sin fricción

a) ¿Qué magnitud tiene la aceleración que se imprime al bloque?

b) ¿Qué magnitud tiene la fuerza normal?

a) El DCL es:



Como vemos en el diagrama, sólo F_x actúa en direcciones horizontales
El componente F en esta dirección es $F_x = F\cos\theta$
Aplicamos:

$$F_x = F\cos(30) = ma_x$$
$$\frac{F\cos(30)}{m} = a_x$$
$$\frac{(10.0N)(0.866)}{1.25\,kg} = 6.9282\,m/s^2$$
$$\therefore a = 6.9282\,m/s^2$$

b) Sumando las fuerzas en y:
$$\Sigma F_y = N - F_y - w = 0$$
entonces:
$$N - F\,sen\,30° - mg = 0$$
$$N = F\,sen\,30 + mg$$
$$= (10.0N)(0.5) + (1.25\,kg)(9.81\,m/s^2)$$
$$= 17.2625\,N$$

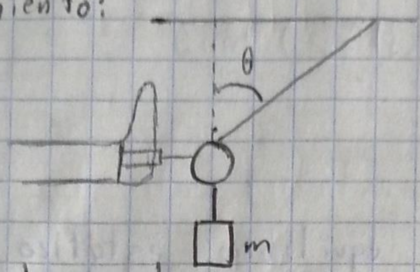
Así pues, la superficie ejerce una fuerza de 17.2625 N hacia arriba sobre el bloque

Ejercicio de refuerzo 4.7:
a) Suponga que la fuerza sólo se aplica al bloque durante un tiempo corto. ¿Qué magnitud tiene la fuerza normal después de que se deja de aplicar la fuerza?
b) Si el bloque se desliza hasta el borde de la mesa, ¿qué fuerza neta actuaría sobre el bloque justo después de rebasar el borde? (Sin la fuerza aplicada)
a) Sumando las fuerzas en y:
$$\Sigma F_y = N - w = 0$$
$$N = w$$
$$w = mg$$
$$w = (1.25\,kg)(9.81\,m/s^2)$$
$$w = 12.26\,N$$
$$\therefore N = 12.26\,N$$

b) El peso que, despreciando la resistencia del aire, son 12.26N hacia abajo

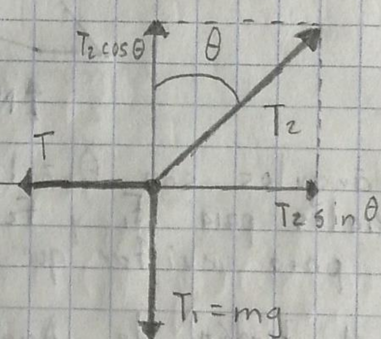
Ejemplo 4.8: Mantenerse derecho: en equilibrio estático
Para mantener un hueso de la pierna roto en posición recta mientras sana, algunas veces se requiere tratamiento por

extensión, que es el procedimiento mediante el cual se mantiene el hueso bajo fuerzas de tensión de estiramiento en ambos extremos para tenerlo alineado. Imagine una pierna bajo la tensión del tratamiento:



El cordel está unido a una masa suspendida de 5.0 kg y pasa por una polea. El cordel unido arriba de la polea forma un ángulo de $\theta = 40^\circ$ con la vertical. Ignorando la masa de la parte inferior de la pierna y de la polea y suponiendo que todos los cordeles son ideales, determine la magnitud de la tensión en el cordel horizontal

Vemos que la polea está en equilibrio estático, por ende ninguna fuerza neta actúa sobre ello, aun así:



Sumando las fuerzas:

$$\sum F_y = T_2 \cos\theta - mg = 0$$
$$\sum F_x = T_2 \operatorname{sen}\theta - T = 0$$

Ahora:

$$T = T_2 \operatorname{sen}\theta$$
$$T = \frac{T_1}{\cos\theta} \cdot \operatorname{sen}\theta$$
$$T = mg \tan\theta$$
$$T = (5.0 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \tan(40)$$
$$\therefore T = 41.158 \text{ N}$$

Ejercicio de refuerzo 4.8:
Suponga que la atención médica requiere una fuerza del tratamiento de 53 N sobre el talón. Manteniendo la masa suspendida de la misma

forma ¿se incrementaría o disminuiría el ángulo del cordel superior? Demuestre su respuesta calculando el ángulo que se pide

Usamos:

$$T = mg \tan\theta$$
$$55\,N = (5.0\,kg)(9.81\,m/s^2)\tan\theta$$

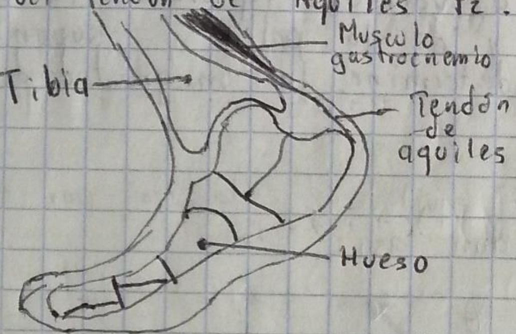
Resolvemos:

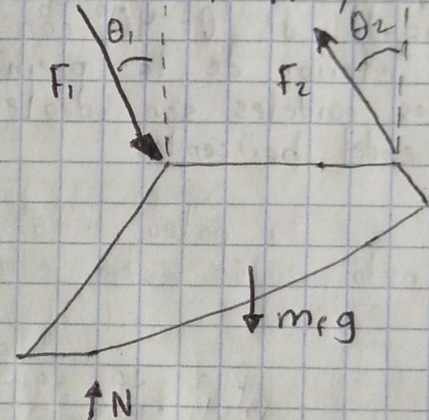
$$\theta = 48.27°$$

Se incrementaría

Ejemplo 4.9: De puntillas: en equilibrio estático

Un individuo de 80 kg se para en un solo pie con el talón levantado. Esto genera una fuerza de la tibia F_1 y una fuerza "que tira" del tendón de Aquiles F_2.



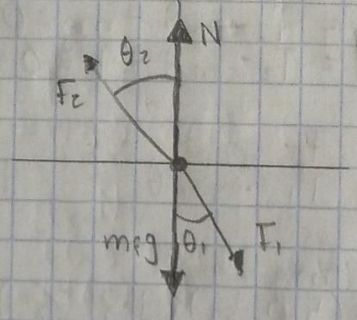


En un caso típico, los ángulos son $\theta_1 = 15°$ y $\theta_2 = 21°$

a) Deduzca ecuaciones generales para F_1 y F_2 y demuestre que θ_2 debe ser mayor que θ_1 para evitar que se dañe el tendón de Aquiles

b) Compare la fuerza sobre el tendón de Aquiles con el peso de la persona

a)



La masa del pie m_f no se conoce

$$\Sigma F_y = N + F_2\cos\theta_2 - m_f g - F_1\cos\theta_1 = 0$$
$$\Sigma F_x = F_1 \operatorname{sen}\theta_1 - F_2 \operatorname{sen}\theta_2 = 0$$

Ahora:

$$F_1 \operatorname{sen}\theta_1 = F_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

$$F_1 = \frac{F_2 \operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}\theta_1}$$

Sustituyendo en la ecuación para F_y

$$N + F_2\cos\theta_2 - m_f g - F_2\left(\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}\theta_1}\cos\theta_1\right) = 0$$

Despejamos:

$$N - m_f g = F_2\frac{\operatorname{sen}\theta_2\cos\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_1} - F_2\cos\theta_2$$

$$N - m_f g = F_2\left(\operatorname{sen}\theta_2\frac{\cos\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_1} - \cos\theta_2\right)$$

$$N - m_f g = F_2(\operatorname{sen}\theta_2 \cdot \cot\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$N - m_f g = F_2\left(\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\tan\theta_1} - \cos\theta_2\right)$$

$$F_2 = \frac{N - m_f g}{\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\tan\theta_1} - \cos\theta_2} = \frac{N - m_f g}{\cos\theta_2\left(\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)}$$

Ahora para F_1

$$F_1 = F_2\left(\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}\theta_1}\right) = \left[\frac{N - m_f g}{\cos\theta_2\left(\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)}\right]\left(\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}\theta_1}\right)$$

$$= \frac{\operatorname{sen}\theta_2(N - m_f g)}{\operatorname{sen}\theta_1 \cdot \cos\theta_2\left(\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)} = \frac{\tan\theta_2(N - m_f g)}{\operatorname{sen}\theta_1\left(\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)}$$

$$F_1 = \frac{\tan\theta_2(N - m_f g)}{\cos\theta_1\tan\theta_2 - \operatorname{sen}\theta_1}$$

b) m_f puede ser despreciable

$N = mg$

Así

$$F_2 = \frac{mg}{\cos\theta_2\left(\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)}$$

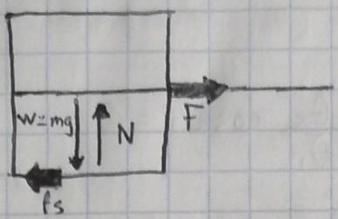
$$= \frac{w}{\cos 21\left(\frac{\tan 21}{\tan 15} - 1\right)}$$

$$= 2.476\, w$$

La fuerza sobre el tendón de Aquiles es 2.476 veces el peso del individuo

Ejemplo 4.10: Tirar de una caja: fuerzas de fricción estática y cinética

Observe la siguiente figura:



a) Si el coeficiente de fricción estática entre la caja de 40.0 kg y el piso es de 0.650 ¿con qué fuerza horizontal mínima debe tirar el trabajador para poner la caja en movimiento?

b) Si el trabajador mantiene esa fuerza una vez que la caja empiece a moverse y el coeficiente de fricción cinética entre las superficies es de 0.500 ¿qué magnitud tendrá la aceleración de la caja?

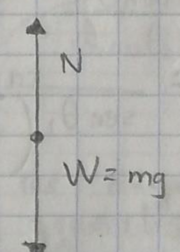
a) Para calcular esto, tenemos

$$f_{s\,max} = \mu_s N$$

Sustituimos

$$f_{s\,max} = (0.650)(N)$$

Recordemos que:



Como no hay movimiento vertical:

$$\Sigma F_y = N - W = 0$$

$$\therefore \; N = W$$

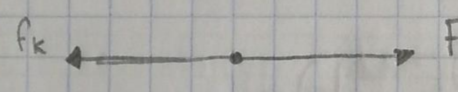
$$\rightarrow \; N = mg$$

Así:

$$f_{s\,max} = (0.650)(40.0\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2)$$

$$\therefore f_{s\,max} = 255.06\text{ N}$$

b) Tendremos:



$$\Sigma F_x = F - f_k$$

$$= 255.06\text{ N} - f_k$$

Para obtener f_k:

$$f_k = \mu_k N$$

$$= (0.500)(40.0\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2)$$

$$= 196.2\text{ N}$$

$$\therefore \Sigma F_x = 255.06\text{ N} - 196.2\text{ N}$$

$$= 58.86\text{ N}$$

Finalmente: para la aceleración

$$F = ma$$

$$58.86\text{ N} = (40.0\text{ kg})\, a$$

$$\therefore \quad a = \frac{58.86\,N}{40.0\,kg}$$

$$\rightarrow a = 1.4715\ m/s^2$$

Ejemplo 4.11: Tirar en dirección inclinada: un análisis mas profundo de la fuerza normal

Un trabajador que tira de una caja aplica una fuerza con un ángulo de 30° respecto a la horizontal