25 / 01 / 21

Docente: J. Jesús Ovalle Palacios
Materia: Investigación de Operaciones

Scribe

01 / 06 / 20

Tarea para la clase:

Se toma

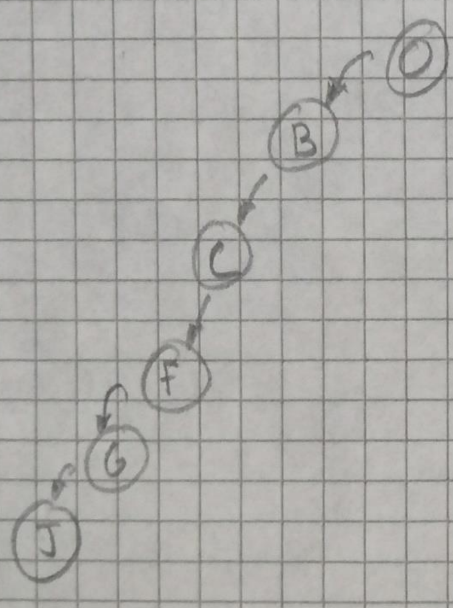
O → B por valor 3

B → C por valor 4

C → F por valor 2

F → G por valor 2

G → J por valor 7



28/01/21

Tarea para la clase:

Mencionar un ejemplo de los siguientes modelos:

a) Un modelo que sea físico y estático: Una fotografía o varias en distintas perspectivas de los moldes hechos con resina dental sobre los dientes de un paciente que será tratado por un ortodoncista

b) Un modelo que sea físico y dinámico: El péndulo de Newton, el cual demuestra con canicas la conservación de la energía al pasar el tiempo

c) Un modelo que sea abstracto y estático: Las integrales de una función en forma de ecuaciones paramétricas para obtener la longitud de una curva en un intervalo de una función, pues ocupa expresiones simbólicas y no se ve afectado con el tiempo

d) Un modelo que sea abstracto y dinámico: La distribución de probabilidad de Poisson, ya que a partir de una frecuencia promedio, calcula la probabilidad de que ocurra un determinado número de eventos en un periodo de tiempo

e) Un modelo que sea abstracto y determinístico: Una transformación lineal de $\mathbb{R}^3$ a $\mathbb{R}^3$ que refleje los vectores, útil para cálculos de luz y reflexión de luces. Usada sobre todo para hacer estos cálculos en videojuegos, ya que la luz siempre mantiene sus propiedades de refracción

f) Un modelo que sea abstracto y aleatorio: Un proceso de Wiener enfocado a la caminata aleatoria, ya que es un proceso continuo a nivel temporal de tipo estocástico, simulando un movimiento browniano

03 / 02 / 21

Tarea para la clase:

Variables de decisión:

Sean:

x la cantidad de toneladas del fertilizante 5-5-10

y la cantidad de toneladas del fertilizante 5-10-5

Objetivo: Maximizar las utilidades

La relación bruta de las utilidades sería:

$$715x + 690y \quad (1)$$

Sin embargo, la utilidad se obtiene al restar ganancias menos costos y (1) representa las ganancias

Los costos los obtenemos:

$$(2000)(0.05)x + (800)(0.05)x + (1600)(0.1)x + (100)(0.8)x + 150x = 530x$$

$$(2000)(0.05)y + (800)(0.1)y + (1600)(0.05)y + (100)(0.8)y + 150y = 490y$$

Realmente las utilidades son:

$$\text{Utilidades} = (715x + 690y) - (530x + 490y)$$

$$= 185x + 200y$$

Restricciones: El material, ya que la suma de producción de ambos fertilizantes no debe sobrepasar el especificado, esto es:

$$\begin{cases} \text{nitrato} & 0.05x + 0.05y \le 1100 \\ \text{fosfato} & 0.05x + 0.10y \le 1800 \\ \text{potasio} & 0.10x + 0.05y \le 2000 \end{cases}$$

En resumen el MPL es:

Maximizar $z = 185x + 200y$

sujeto a:

$$0.05x + 0.05y \le 1100$$

$$0.05x + 0.10y \le 1800$$

$$0.10x + 0.05y \le 2000$$

04 / 02 / 21

Tarea para la clase:

Variables de decisión:

Sean:

a la cantidad de producto 1

b la cantidad de producto 2

c la cantidad de producto 3

d la cantidad de producto 4

Objetivo: Minimizaremos:

$$26a + 22.5b + 44c + 21d + 31.5(250-a) + 27.5(250-b) + 47(250-c) + 23(250-d)$$

Restricciones

Cada máquina tiene 60 horas de tiempo disponible

Es decir el MPL es:

Minimizar: $26a + 22.5b + 44c + 21d + 31.5(250-a) + 27.5(250-b) + 47(250-c) + 23(250-d)$

sujeto a:

$$0.08a + 0.00b + 0.04c + 0.12d \leq 60$$
$$0.04a + 0.02b + 0.12c + 0.08d \leq 60$$
$$0.04a + 0.10b + 0.00c + 0.35d \leq 60$$
$$0.00a + 0.30b + 0.15c + 0.06d \leq 60$$
$$0.06a + 0.18b + 0.56c + 0.00d \leq 60$$
$$0.12a + 0.12b + 0.45c + 0.10d \leq 60$$
$$0 \leq a, b, c, d \leq 250$$

05/02/21

Tarea para la clase:

Variables de decisión:

Sean:

a la cantidad de proteína

b la cantidad de carbohidratos

c la cantidad de grasas

d el precio

Objetivo: Minimizaremos:

$$|70-a| + |100-b| + |20-c| + d$$

Restricciones: cada condición

Es decir el MPL es:

Minimizar: $|70-a| + |100-b| + |20-c| + d$

sujeto a:

$$20a + 50b + 4c = 2d$$
$$30a + 30b + 9c = 3d$$
$$40a + 20b + 11c = 5d$$
$$40a + 25b + 10c = 6d$$
$$45a + 50b + 9c = 8d$$
$$30a + 20b + 10c = 8d$$

08/02/21

Tarea para la clase:

Variables de decisión:

Sean:

- x_1: Las libras de maní para la normal
- x_2: Las libras de maní para la especial
- x_3: Las libras de maní para la extra
- y_1: Las libras de pasas para la normal
- y_2: Las libras de pasas para la especial
- y_3: Las libras de pasas para la extra
- z_1: Las libras de algarroba para la normal
- z_2: Las libras de algarroba para la especial
- z_3: Las libras de algarroba para la extra

Objetivo: Maximizar utilidades

Ingresos − Costos

Donde:

$$\text{Ingresos} = 15(x_1+y_1+z_1) + 22(x_2+y_2+z_2) + 35(x_3+y_3+z_3)$$

$$\text{Costos} = 9(x_1+y_1+z_1) + 16(x_2+y_2+z_2) + 15(x_3+y_3+z_3) + 20{,}000$$

Sujeto a:

Restricciones:

Restricción de mezcla normal:

$$0.05 \le \frac{x_1}{x_1+y_1+z_1}$$

$$0.05 \le \frac{y_1}{x_1+y_1+z_1}$$

$$0.05 \le \frac{z_1}{x_1+y_1+z_1}$$

Restricción de mezcla especial:

$$0.20 \le \frac{x_2}{x_2+y_2+z_2} \le 0.50$$

$$0.20 \le \frac{y_2}{x_2+y_2+z_2} \le 0.50$$

$$0.20 \le \frac{z_2}{x_2+y_2+z_2} \le 0.50$$

Restricción de mezcla extra:

$$\frac{x_3}{x_3+y_3+z_3} \le 0.25$$

$$0.25 \le \frac{y_3}{x_3+y_3+z_3}$$

Restricción de material:

$$x_1+x_2+x_3 \le 1000$$

$$y_1+y_2+y_3 \le 2000$$

$$z_1+z_2+z_3 \le 3000$$

Restricción de producción:

$$\frac{x_1+y_1+z_1}{x_1+x_2+x_3+y_1+y_2+y_3+z_1+z_2+z_3} \le 0.20$$

09/02/21

Tarea para la clase:

Variables de decisión

Sean:

x la cantidad de acres destinados al frijol

y la cantidad de acres destinados al trigo

z la cantidad de acres destinados al maíz

Y como queremos maximizar utilidades:

Función objetivo:

Maximizar: $15(420x)+18(200y)+25(70z)$

Sujeto a:

$$x+y+z \leq 130$$
$$2000 \leq 420x \leq 12{,}000$$
$$5000 \leq 200y \leq 13{,}000$$
$$1000 \leq 70z \leq 4{,}000$$

Scribe

10/02/21

Tarea para la clase:

Variables de decisión:

Sean:

x_i: el dinero invertido en A en el año i

y_i: el dinero invertido en B en el año i

$\forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Por lo tanto nuestro modelo a optimizar será:

Función objetivo:

Maximizar: $1.5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + 4(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5)$

Sujeto a:

$x_i + y_i \leq 100{,}000 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$(y_i)(y_{i-1}) = 0 \quad \forall i \in \{2, 3, 4, 5\}$

Restricción de intereses cada dos años

11 / 02 / 21

Tarea de hoy:

Variables:

Sean:

a los trabajadores a partir de las 12:00 am
b los trabajadores a partir de las 4:00 am
c los trabajadores a partir de las 8:00 am
d los trabajadores a partir de las 12:00 pm
e los trabajadores a partir de las 4:00 pm
f los trabajadores a partir de las 8:00 pm

Función objetivo:

Se desea entonces minimizar:

$$a+b+c+d+e+f$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
a \quad\quad\quad\quad\quad\quad + f &\geq 3 \\
a + b \quad\quad\quad\quad\quad\quad &\geq 5 \\
b + c \quad\quad\quad\quad &\geq 10 \\
c + d \quad\quad &\geq 6 \\
d + e \quad &\geq 10 \\
e + f &\geq 8
\end{aligned}$$

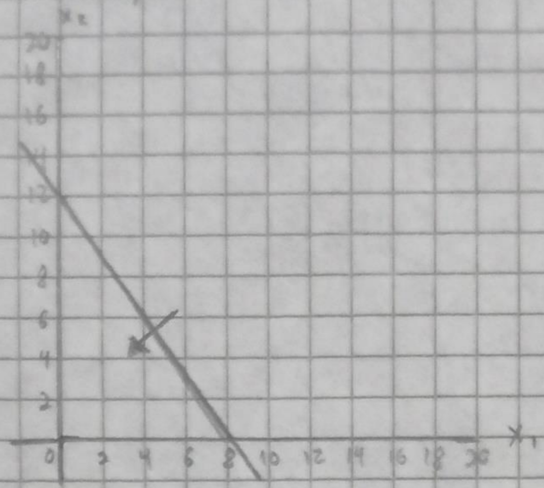
12/02/21

Tarea para la clase:

Restricción 1:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

En el plano su representación es la siguiente:

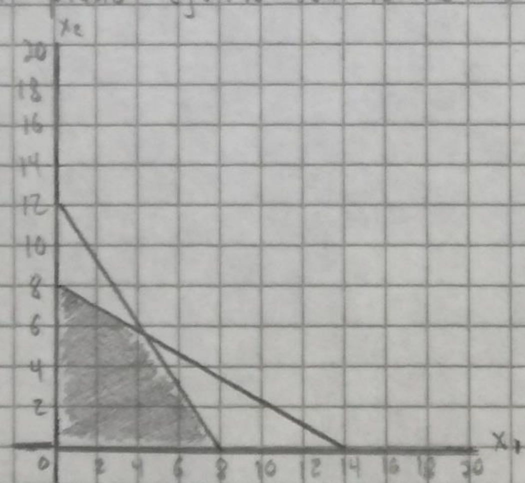


$$3x_1 + 2x_2 = 24$$
$$x_2 = 12 - \frac{3x_1}{2}$$

Restricción 2:

$$4x_1 + 7x_2 \leq 56$$

Añadiéndola al plano (junto con la no negatividad de x_1 y x_2) vemos:

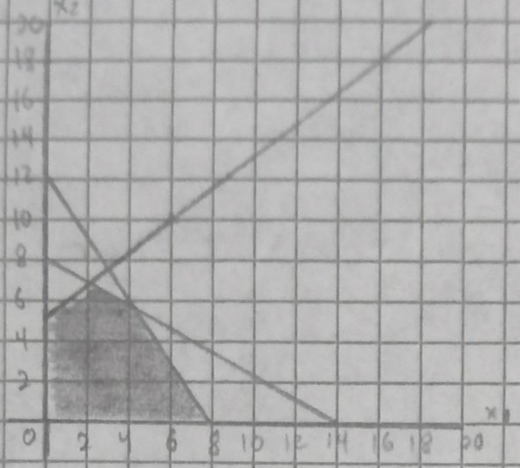


$$4x_1 + 7x_2 = 56$$
$$x_2 = 8 - \frac{4x_1}{7}$$

Restricción 3:

$$-5x_1 + 6x_2 \leq 30$$

Finalmente la región factible es:



$$-5x_1 + 6x_2 = 30$$

$$x_2 = 5 + \frac{5x_1}{6}$$

16/02/21

Tarea para la clase:

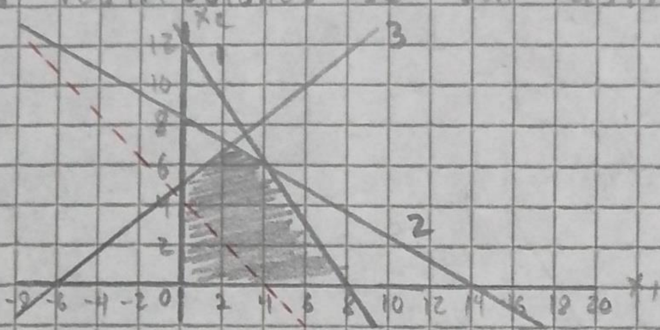
Restricciones

$3x_1 + 2x_2 \leq 24$ $\qquad x_2 = \frac{24 - 3x_1}{2}$

$4x_1 + 7x_2 \leq 56$ $\qquad x_2 = \frac{56 - 4x_1}{7}$

$-5x_1 + 6x_2 \leq 30$ $\qquad x_2 = \frac{30 + 5x_1}{6}$

Las restricciones se ven así:



Sea $z = c \in \mathbb{R}$

$c = 2x_1 + 2x_2$

$x_2 = \frac{c - 2x_1}{2}$

La pendiente se ve así: - - - -

Tomamos restricciones 1 y 2

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 &= 24 \\ 4x_1 + 7x_2 &= 56 \end{aligned} \Rightarrow x_1 = \frac{56}{13} \quad \therefore \quad x_2 = \frac{72}{13}$$

$\therefore$ el óptimo es $\vec{x} = \left(\frac{56}{13}, \frac{72}{13}\right)$ con máximo $Z = \frac{256}{13}$

17/02/21

Tarea para la clase:

Problema 1:

Restricciones:

$2x_1 - x_2 \geq 0$

$x_1 + 4x_2 \geq 80$

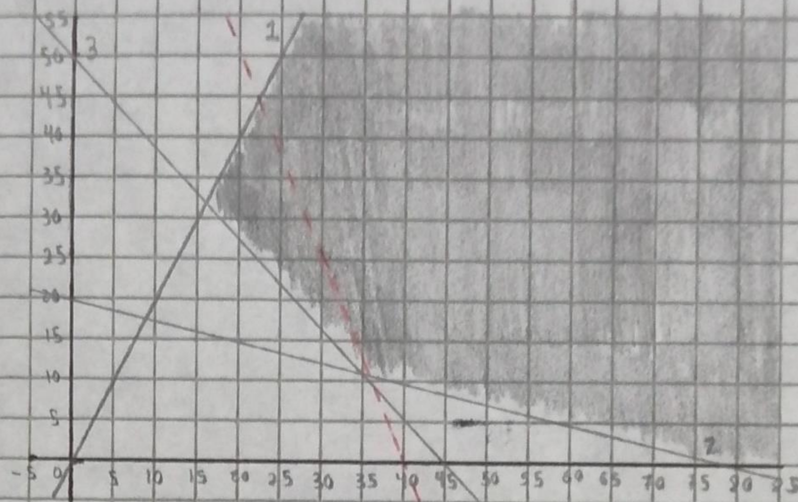
$0.9x_1 + 0.8x_2 \geq 40$

$x_2 = 2x_1$

$x_2 = \frac{80 - x_1}{4}$

$x_2 = \frac{40 - 0.9x_1}{0.8}$

Las restricciones se presentan así:



Encontramos que el mejor punto de minimización es la intersección de las rectas 1 y 3, así:

$2x_1 - x_2 = 0$

$0.9x_1 + 0.8x_2 = 40$

$x_1 = 16$

$x_2 = 32$

$\therefore \quad Z = 1440$

Scribe

Problema 2:

Restricciones:

$8x_1 + 6x_2 \leq 48$

$6x_1 + 8x_2 \leq 48$

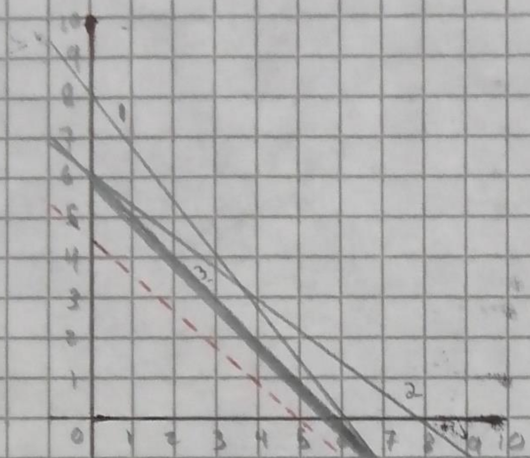
$7x_1 + 7x_2 = 42$

$x_2 = \frac{48 - 8x_1}{6}$

$x_2 = \frac{48 - 6x_1}{8}$

$x_2 = \frac{42 - 7x_1}{7}$

Vemos las restricciones como:



Gracias a R3 la solución debe estar sobre su recta

Tomamos también la 2:

$$\begin{aligned} 6x_1 + 8x_2 &\leq 48 \\ 7x_1 + 7x_2 &= 42 \end{aligned} \longrightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 6$$

$\therefore \quad Z = 132$

18/02/21

Tarea para la clase:

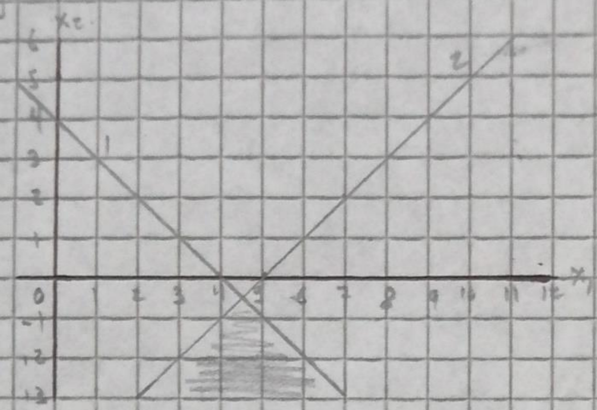
Problema 1:

Restricciones:

$x_1 + x_2 \leq 4$ $\qquad x_2 = 4 - x_1$

$x_1 - x_2 \geq 5$ $\qquad x_2 = x_1 - 5$

La gráfica entonces es:



Observamos que con la restricción de no negatividad de x_1 y x_2, concluimos que no hay región factible que satisfaga todas las restricciones.

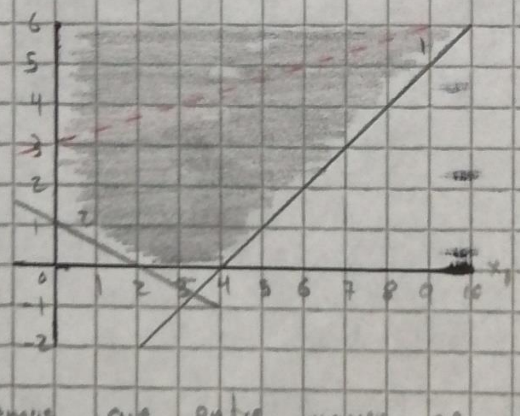
Problema 3:

Restricciones

$x_1 - x_2 \leq 4$ $\qquad x_2 = x_1 - 4$

$x_1 + 2x_2 \geq 2$ $\qquad x_2 = \dfrac{2 - x_1}{2}$

La gráfica entonces es:



$z = -x + 3y$

$y = \dfrac{x + z}{3}$

Observemos que entre mayor se haga ascenderá más en el eje x_2 y por ello concluimos que el problema tiene solución óptima no acotada

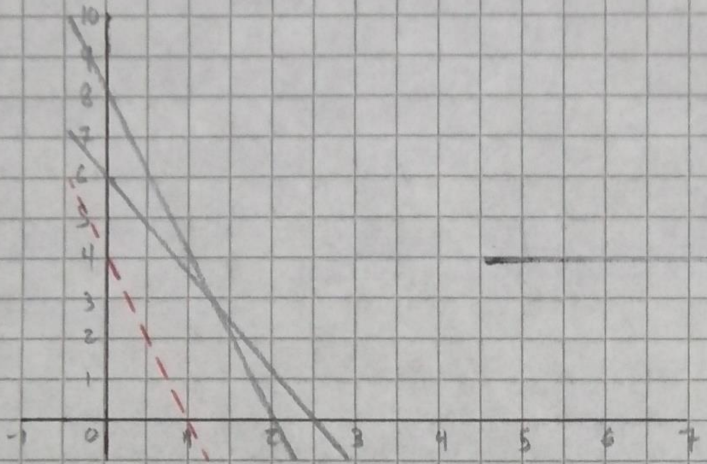
Problema 2:

Restricciones:

$8x_1 + 2x_2 \leq 16$ $\qquad x_2 = 8 - 4x_1$

$5x_1 + 2x_2 \leq 12$ $\qquad x_2 = 6 - \frac{5x_1}{2}$

La gráfica resultante es:



$z = 4x_1 + x_2$

$x_2 = -4x_1 + z$ - - -

Gráficamente, la función a maximizar es paralela con R_1 incluso sus ecuaciones son paralelas

Las soluciones están entre el cruce de R_1 y R_2 y la intersección de R_1 con el eje x_1

Punto de cruce entre R_1 y R_2

$$\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 = 16 \\ 5x_1 + 2x_2 = 12 \end{cases} \rightarrow x_1 = \frac{4}{3},\ x_2 = \frac{8}{3}$$

Punto de cruce entre R_1 y el eje x_1

$x_2 = 0 \quad \therefore 8x_1 = 16 \rightarrow x_1 = 2$

Así tenemos:

$\vec{A} = \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$, $\quad B = (2, 0)$

Y la expresión que nos da el conjunto de puntos es:

$$\{\vec{X} = \lambda \vec{A} + (1-\lambda)\vec{B} : \lambda \in [0,1]\}$$

$$\therefore \left\{\vec{X} = \lambda\left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right) + (1-\lambda)(2,0) : \lambda \in [0,1]\right\}$$

24/02/21

Tarea para la clase:

----- La Primera Restricción ----------

Ésta genera un precio sombra al bajar más allá de la intersección de las restricciones 3 y 4, que ocurre en (13, 5)

Evidentemente el precio sombra se genera cuando:

$$0 < c < 5 \quad \therefore \quad x_2 \leq c$$

----- La Segunda Restricción ----------

Ésta genera un precio sombra al bajar cuando $y = 5$ para $x = 13$ y seguir bajando la función

Al acomodar la función:

$$y = \frac{c - 2x}{5}$$

$$5 = \frac{c - 2(13)}{5} \quad \therefore c = 51$$

Y para que se mantenga en la región positiva tendremos $y = 0$ con $x = 0$

$$0 = \frac{c - 2(0)}{5} \quad \therefore c = 0$$

El precio sombra se genera cuando:

$$0 < c < 51 \quad \therefore \quad 2x_1 + 5x_2 \leq c$$

----- La Tercera Restricción ----------

Aquí buscaremos la intersección 2 y 4:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 &= 60 \\ 3x_1 + x_2 &= 44 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{160}{13} \qquad x_2 = \frac{92}{13}$$

Así, planteamos:

$$y = c - x$$

$$\frac{92}{13} = c - \frac{160}{13} \quad \therefore c = \frac{252}{13}$$

E igual debe mantenerse en el primer cuadrante que implica que $c = 0$

$$0 < c < \frac{252}{13} \quad \therefore \quad x_1 + x_2 \leq c$$

----- La Cuarta restricción ----------

El único cálculo requerido es tener $y = 0$ para $x = 18$. Entonces:

$$y = c - 3x$$

$$0 = c - 3(18) \quad \therefore c = 54$$

Así detectamos que había un precio sombra mientras:

$$0 < c < 54 \quad \therefore \quad 3x_1 + x_2 \leq c$$

25 / 02 / 21

Tarea para la clase:

----- Pregunta 1 -----

El cambio sólo es leve en la pendiente. Por la tupla sólo existe un cambio en $Z = 4\,360{,}000$

----- Pregunta 2 -----

El cambio es en favor del óptimo. Igualmente el cambio sólo es en $Z = 5{,}680{,}000$

----- Pregunta 3 -----

Igualmente el cambio existe en $Z = 6{,}360{,}000$

----- Pregunta 4 -----

Ahora el cambio está en la restricción 1

Hay que resolver el sistema:

$$\begin{aligned} 0.05x_1 + 0.05x_2 &\leq 1250 \\ 0.05x_1 + 0.10x_2 &\leq 1800 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= 14{,}000 \\ x_2 &= 11{,}000 \end{aligned}$$

$$\therefore Z = 4{,}790{,}000$$

----- Pregunta 5 -----

Ahora el óptimo cambia al cruce entre R2 y R3

$$\begin{aligned} 0.05x_1 + 0.10x_2 &\leq 1800 \\ 0.10x_1 + 0.05x_2 &\leq 2000 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= 14\,666.667 \\ x_2 &= 10\,666.667 \end{aligned}$$

$$\therefore Z = 4{,}846{,}666.667$$

----- Pregunta 6 -----

Todavía es viable el primer cambio de precio, pero el segundo ya no lo es

----- Pregunta 7 -----

Al resolver el problema con 1000 tendríamos una $Z = 3{,}940{,}000$ y originalmente obtendríamos $4{,}280{,}000$

Le haría pagar $340{,}000$ por mis pérdidas

x_1 min radio
x_2 min tele

$x_1 \geq 2x_2$ / /

$1000

1 min radio → $5
1 min tv → $100

radio al menos el doble de la tele

→ Un min de tele genera 25 veces más que una de radio

$$Z = x_1 + 25x_2$$

S. A.
$$5x_1 + 100x_2 \leq 1000$$
$$x_1 - 2x_2 \geq 0$$

Scribe

08/03/21

Tarea para la clase:

El conjunto presentado si es convexo ya que dados dos puntos $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ elementos de K. Todos los puntos del segmento

$$\bar{x} = \lambda \bar{x}_1 + (1-\lambda)\bar{x}_2$$

también son elementos del conjunto

Los extremos del conjunto es otro conjunto infinito de puntos que delimitan la frontera del círculo

09 / 03 / 21

Tarea para la clase

1- La forma estándar del MPL es la presentada

2- Sumamos 3 a 2

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 70$$

Y concluimos que:

$$\text{Min } Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$$

SA

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &\geq 20 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\geq 70 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 &= 50 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Scribe

Canónica
Variables de decisión no negativas
Función objetivo de tipo maximización
Restricciones $\leq$

Estándar
Las restricciones son ecuaciones
Los terminos independientes son no negativos
Variables son no negativas /

Maximizar $Z = 12x_1 + 8x_2 + 10x_3$

SA
$$6x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 60$$
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 20$$
$$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 \geq 120 \qquad -4x_1 - 6x_2 - 2x_3 \leq -120$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Para tenerla en forma canónica multiplicamos 3.3 por ③

Para tenerla en forma estándar agregamos x_4, x_5, x_6 como variables de holgura

$$Z = 12x_1 + 8x_2 + 10x_3$$

SA
$$6x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 60$$
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 = 20$$
$$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_6 = 20$$
$$x_i \geq 0 \quad \forall_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Los independientes ya son positivos

Minimizar $Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$

SA
$$x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 20$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 50$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Forma canónica: Maximizar: $W = -2x_1 - 5x_2 - 3x_3$

SA
$$-x_1 + 2x_2 - x_3 \leq -20$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 \leq 50$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Para tenerla en forma estándar agregamos x_4 como variable de holgura

Minimizar $Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$

SA
$$x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 20$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 50$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

17 / 03 / 21

Tarea para la clase:

a) La forma estándar basta con agregar la variable de holgura: x_4

$$\text{Min } Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$$

$$\text{SA} \quad \begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 &= 20 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 &= 50 \\ x_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

b) Tendremos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad \bar{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bar{a}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \bar{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \bar{a}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Decimos.

$$\begin{aligned} X_1 - 2X_2 &= 20 \\ 2X_1 + 4X_2 &= 50 \end{aligned} \Longrightarrow X_1 = \frac{45}{2} \quad X_2 = \frac{5}{4}$$

La solución es factible

c) Sustituyendo

$$Z = \frac{205}{4}$$

d) La base debe contener al menos una cantidad de vectores suficiente para que entre todos - siendo LI - puedan generar el espacio completo. Dado que el espacio actual es un sistema de 2 ecuaciones, los vectores están en $\mathbb{R}^2$ y generar un espacio en esta dimensión requiere un mínimo de 2 vectores

e)

$$\frac{3}{4}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{8}\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

19 / 03 / 21

Tarea para la clase:

Dado que $\bar{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y usaremos $\bar{a}_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

El vector de cambio de base es

$$\bar{a}_3 \xrightarrow{x} \bar{a}_6$$

$$\therefore \quad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Observemos que como no se cumple la regla de salida, la factibilidad no se garantiza

06/04/21

Tarea para la clase:

a) Maximizar $Z = 3x_1 - 2x_2$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 \geq 6$$
$$6x_1 + 4x_2 \geq 24$$
$$3x_1 + 3x_2 \leq 24$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Solución:

Primero se acomoda el modelo

$$Z = 3x_1 - 2x_2 - MR_1 - MR_2$$
$$x_1 + 2x_2 - S_1 + R_1 = 6$$
$$6x_1 + 4x_2 - S_2 + R_2 = 24$$
$$3x_1 + 3x_2 + S_3 = 24$$

Despejamos:

$$Z - 3x_1 + 2x_2 + MR_1 + MR_2$$
$$x_1 + 2x_2 - S_1 + R_1 = 6$$
$$6x_1 + 4x_2 - S_2 + R_2 = 24$$
$$3x_1 + 3x_2 + S_3 = 24$$

Y creamos la tabla:

VB	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	S_2	R_2	S_3	b_i
Z	1	-3	2	0	M	0	M	0	0
R_1	0	1	2	-1	1	0	0	0	6
R_2	0	6	4	0	0	-1	1	0	24
S_3	0	3	3	0	0	0	0	1	24

Ahora se estandarizará Z restando $Z - R_1 - R_2$ resultando:

VB	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	S_2	R_2	S_3	b_i
Z	1	-3-7M	2-6M	M	0	M	0	0	-30M
R_1	0	1	2	-1	1	0	0	0	6
R_2	0	6	4	0	0	-1	1	0	24
S_3	0	3	3	0	0	0	0	1	24

Dado que M denota un número muy grande, vemos que x_1 es más negativa

Así dividimos $\frac{b_i}{x_1}$

$\frac{6}{1} = 6$ $\frac{24}{6} = 4$ $\frac{24}{3} = 8$

R_2 sería la variable a salir

Y hacemos las operaciones renglón

VB	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	S_2	S_3	b_i
Z	1	0	$4 - \frac{7M}{3}$	M	0	$-\frac{1}{2} - \frac{M}{6}$	0	$12 - 2M$
R_1	0	0	$\frac{4}{3}$	-1	1	$\frac{1}{6}$	0	2
x_1	0	1	$\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	4
S_3	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	12

Y volvemos a Z y encontramos que x_2 es la más negativa

Dividimos:

$\frac{2}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}$ $\frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$ $\frac{12}{1} = 12$

R_1 sale

Reajustamos

VB	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	S_2	R_2	S_3	b_i
Z	1	0	$4 - \frac{7M}{3}$	M	0	$-\frac{1}{2} - \frac{M}{6}$	$-\frac{1}{2} - \frac{7M}{6}$	0	$12 - 2M$
x_2	0	0	1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{3}{2}$
x_1	0	1	$\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	4
S_3	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	12

13 / 04 / 21

Tarea para la clase:

Caso 1: Tomamos $\bar{a}_1$:

Iteración	VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR	
0	S_1	0	2	1	1	1	0	20	
	S_2	0	3	1	2	0	1	30	
	Z	1	-5	-3	-4	0	0	0	
1	VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR	
Entra x_1	S_1	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$-\frac{2}{3}$	0	$S_1 - 2x_1$
Sale S_2	x_1	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	10	
	Z	1	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{5}{3}$	50	$Z + 5x_1$
2	VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR	
Entra x_2	S_1	0	-1	0	-1	1	-1	-10	$S_1 - \frac{1}{3}x_2$
Sale x_1	x_2	0	3	1	2	0	1	30	
	Z	1	4	0	2	0	3	90	$Z + \frac{4}{3}x_2$

$\downarrow$

2 iteraciones

Al explorar vemos que saltar al $Z_j - C_j$ más bajo se escala al óptimo más rápido, pues son saltos mayores entre los extremos del conjunto

12 / 04 / 21

Tarea diaria:

Se explorarán los casos de empate en el modelo:

Maximizar: $5x_1 + 3x_2 + 4x_3$

Sujeto a: $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 30$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Por lo que primero se llevará a su forma estándar:

Maximizar: $Z = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3$

Sujeto a: $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 30$

Y realizamos la tabla Simplex:

V.B.	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR			
S_1	0	2	1	1	1	0	20	$20/2$	10	Empate
S_2	0	3	1	2	0	1	30	$30/3$	10	
Z	1	-5	-3	-4	0	0	0			

columna pivote

Caso: Elegimos a S_1 como fila pivote

$\therefore$ elemento pivote $= 2$

Actualizamos la tabla:

V B	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR		
X_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	10		20
sale ← S_2	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1	0	$S_2 - 3X_1$	0
Z	1	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	50	$Z + 5X_1$	

columna pivote

Ahora elegimos a X_1 como fila pivote

$\therefore$ elemento pivote $= \frac{1}{2}$

Actualizamos la tabla:

VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR	
X_3	0	2	1	1	1	0	20	←
S_2	0	-1	-1	0	-2	1	-10	$S_2 - \frac{1}{2} X_3$
Z	1	3	1	0	4	0	80	$Z + \frac{3}{2} X_3$

Como ya no hay valores negativos, terminamos

$$80 = 5(0) + 3(0) + 4(20) \checkmark$$

Caso: Elegimes a S_2 como fila pivote
∴ elemento pivote = 3

Actualizamos

VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR	
S_1	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$-\frac{2}{3}$	0	$S_1 - 2X_1$
F.P. ← X_1	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	10	
Z	1	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{5}{3}$	50	$Z + 5X_1$
			C.P. ↑					

Actualizamos:

VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	CR	
S_1	0	-1	0	-1	1	-1	-10	$S_1 - \frac{1}{3} X_2$
X_2	0	3	1	2	0	1	30	
Z	1	4	0	2	0	3	90	$Z + \frac{4}{3} X_2$

$$90 = 5(0) + 3(30) + 4(0)$$

Observaremos que habiá que decidir correctamente entre las soluciones del 1° problema

12/04/21

Bonus:

Cuando la solución está degenerada, existe un empate por la relación mínima y mientras hacía pruebas con problemas de este tipo, lo que ocurría en el plano es que existían tres rectas que pasaban por el punto óptimo

Y claramente estaba en $\mathbb{R}^2$ (es decir, en un espacio de dos coordenadas)

En el curso de álgebra lineal vimos que cuando un sistema de ecuaciones posee más ecuaciones que incógnitas, puede eliminarse una incógnita (pues es equivalente a alguna suma de las ecuaciones del sistema) y se conocen como sistemas sobredeterminados

En realidad como en la tabla Simplex estamos manipulando éstas puede que se sumen las restricciones de modo que se construya la restricción (o restricciones) adicional que causa que el sistema esté sobredeterminado y se siga saltando entre ellas infinitamente

La interpretación geométrica es que hay más rectas que coordenadas y este es el caso de $\mathbb{R}^2$ donde existen tres rectas pasando por el punto óptimo y de hecho, existiría alguna o más restricciones que podrían quitarse del problema ya que otras ya contienen estrictamente al espacio de soluciones factibles

03 / 04 / 21

Repaso: Segundo Parcial

05 / 08 / 21

Forma canónica del MPL:

Maximizar $Z = \overline{C}^{T} \overline{X}$

Sujeto a: $A\overline{X} \leq \overline{b}$

$\overline{X} \geq 0$

Características:

- Las variables de decisión son no negativas
- La función objetivo es de tipo maximización
- Todas las restricciones son del tipo menor o igual ($\leq$)

Cualquier modelo puede llevarse a esta forma:

1. Maximizar $Z = f(\overline{X}) \longleftrightarrow$ Minimizar $W = -f(\overline{X})$
2. Una desigualdad puede cambiar de dirección si se multiplican ambos miembros por -1
3. Toda ecuación de la forma a_{11}

Ejercicio 1:

Maximizar $Z = 50x_1 + 80x_2$

SA

$x_1 + 2x_2 \leq 120$

$x_1 + x_2 \leq 90$

$x_1, x_2 \geq 0$

Transformamos:

Maximizar $Z - 50x_1 - 80x_2 = 0$

SA

$x_1 + 2x_2 + s_1 = 120$

$x_1 + x_2 + s_2 = 90$

$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

$x_3 = s_1$
$x_4 = s_2$

Tabla Simplex

Iteración	VB	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	CR	
		1	-50	-80	0	0	0	
		0	1	2	1	0	120	→ 60
		0	1	1	0	1	90	→ 90

Z	x_1	x_2	s_1	s_2	CR	
1	-10	0	40	0	4800	
0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	60	120
0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	30	60

	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	CR
	1	0	0	30	20	5400
x_2	0	0	1	1	-1	30
x_1	0	1	0	-1	2	60

Maximizar $Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$

SA

$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 20$

$x_1 + 5x_2 \geq 10 \Rightarrow x_1 + 5x_2 - x_4 = 10$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - Mw_1 - Mw_2$

$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + w_1 = 20$

$x_1 + 5x_2 - x_4 + w_2 = 10$

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
1	-2	-4	-3	0	M	M	0
0	1	3	2	0	1	0	20
0	1	5	0	-1	0	1	10

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
	1	-2-M	-4-3M	-3-2M	0	0	M	-20M
S_1	0	1	3	2	0	1	0	20
S_2	0	1	5	0	-1	0	1	10

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
1	-2-2M	-4-8M	-2M-3	M	0	0	-30M
0	1	3	2	0	1	0	20
0	1	5	0	-1	0	1	10

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
	1	$\frac{-2M-6}{5}$	0	$-2M-3$	$\frac{-3M-4}{5}$	0	$\frac{2M+4}{5}$	$-14M+8$
S_1	0	$\frac{2}{5}$	0	2	$\frac{3}{5}$	1	$-\frac{3}{5}$	14
x_2	0	$\frac{1}{5}$	1	0	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	2

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
	1	$-\frac{3}{5}$	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{2M+3}{2}$	$\frac{10M-1}{10}$	29
x_3	0	$\frac{1}{5}$	0	1	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{10}$	7
x_2	0	$\frac{1}{5}$	1	0	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	2

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
	1	0	3	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2M+3}{2}$	$\frac{2M+1}{2}$	35
x_3	0	0	-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5
x_1	0	1	5	0	-1	0	1	10

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
	1	0	2	1	0	$M+2$	M	40
x_4	0	0	-2	2	1	1	-1	10
x_1	0	1	3	2	0	1	0	20

Max $Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$

SA $x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 20$

$x_1 + 5x_2 \geq 10$

$Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - Mw_1 - Mw_2$

$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + w_1 = 20$

$x_1 + 5x_2 - x_4 + w_2 = 10$

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
1	0	0	0	0	-1	-1	0
0	1	3	2	0	1	0	20
0	1	5	0	-1	0	1	10

1.- Enumerar todas las soluciones básicas posibles

Min $Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$

SA $x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 20$

$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 50$

En forma estandar

Min $Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$

SA $x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 20$

$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 50$

$\therefore \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

X_1	X_2	X_3	X_4		
1	1			(22.5 1.25 * *)	51.25
1		1		(30 * -10 *)	N F
1			1	(25 * * 5)	50
	1	1		(* 5 30 *)	165
	1		1	(* 12.5 * -45)	N F
		1	1	(* * 50 30)	150

$Z = 50$ con $x_1 = 25$ $x_2 = 0$ $x_3 = 0$

2-

$$Z - 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + Mw_1 + Mw_2 = 0$$
$$x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 20$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 50$$

VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	CR
	-1	2	5	3	0	-M	-M	0
	0	1	-2	1	-1	1	0	20
	0	2	4	1	0	0	1	50

	-1	2	5	3	0	-M	-M	0
+	0	M	-2M	M	-M	M	0	20M
	-1	2+M	5-2M	3+M	-M	0	-M	20M
+	0	2M	4M	M	0	0	M	50M
	-1	2+3M	5+2M	3+2M	-M	0	0	70M

-1	2+3M	5+2M	3+2M	-M	0	0	70M
0	1	-2	1	-1	1	0	20
0	2	4	1	0	0	1	30

4 - $Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

SA $2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 = 20$

$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} + x_5 = \frac{5}{2}$

$2x_1 + x_6 = 2$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6		
1	1	1				(1, 4, 1/3, [illegible], [illegible], [illegible])	10
1	1		1			(1, 4, [illegible], 2, [illegible], [illegible])	9
1	1			1		(1, 4, .5, [illegible], [illegible], -0.25, [illegible])	NF
1	1				1	(0, 5, [illegible], [illegible], [illegible], 2)	10
1		1	1			Sin solución	—
1		1		1		1 3 2	10
1		1			1	5 5/3 -8	NF
1			1	1		1 18 2	1
1			1		1	5 10 -8	NF
1				1	1	10 -2.5 -18	NF
	1	1	1			Sin solución	—
	1	1		1		Sin solución	—
	1	1			1	5 0 2	10
	1		1	1		Sin solución	—
	1		1		1	5 0 2	10
	1			1	1	5 0 2	10
		1	1	1		Sin solución	—
		1	1		1	Sin solución	—
		1		1	1	10/3 5/2 2	10
			1	1	1	20 5/2 2	0

(1, 4, 1/3, 0, 0, 0) → 10
(1, 4, 0, 2, 0, 0) → 9

(1, 4, 1/3, 0, 0, 0)
(0, 5, 0, 0, 0, 2)
(1, 0, 3, 0, 0, 2)
~~(0, 5, 0, 0, 0, 2)~~
~~(0, 5, 0, 0, 0, 2)~~
(0, 0, 10/3, 0, 5/2, 2)

$\lambda = 1/4$

$$\bar{x} = \lambda_1 \bar{X}_1 + \lambda_2 \bar{X}_2 + \lambda_3 \bar{X}_3 + \lambda_4 \bar{X}_4$$

$\lambda_i \geq 0$ $\quad \sum_{i=1}^{4} \lambda_i = 1$

03 / 05 / 21

Tarea para la clase:

Para este problema podemos plantear primero la función a optimizar que se construye a partir de los caminos de destino señaladas en la tabla:

$$\text{Min } Z = 7X_{11} + 5X_{12} + 8X_{13} + 3X_{21} + 9X_{22} + 6X_{23} + 4X_{31} + 12X_{32} + 10X_{33}$$

Lo siguiente será definir las condiciones de restricción del problema. Las primeras serán las restricciones dada la oferta:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 600$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 800$$
$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 1{,}000$$

Las siguientes restricciones corresponden a la demanda:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 500$$
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 700$$
$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 1{,}200$$

Finalmente el modelo será el siguiente:

$$\text{Min } Z = 7X_{11} + 5X_{12} + 8X_{13} + 3X_{21} + 9X_{22} + 6X_{23} + 4X_{31} + 12X_{32} + 10X_{33}$$

$$\begin{array}{llllllllllll}
\text{S. A.} & X_{11} + & X_{12} + & X_{13} & & & & & & & & = 600 \\
& & & & X_{21} + & X_{22} + & X_{23} & & & & & = 800 \\
& & & & & & & X_{31} + & X_{32} + & X_{33} & & = 1{,}000 \\
& X_{11} & & & + X_{21} & & & + X_{31} & & & & = 500 \\
& & X_{12} & & & + X_{22} & & & + X_{32} & & & = 700 \\
& & & X_{13} & & & + X_{23} & & & + X_{33} & & = 1{,}200
\end{array}$$

04 / 05 / 21

Tarea para la clase:

a) Tendremos que:

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccccc} & & & a_{21} & a_{22} & a_{23} & & & \end{array} \\
A = & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \begin{array}{ccccccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & & & & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}
\end{array}
$$

b)

$$\bar{a}_{11} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_{32} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

05/05/21

Tarea de la clase:

Dado que $X_{ij} = \frac{a_i b_j}{d}$ $\forall i = 1, 2, 3, \ldots, m;\ j = 1, 2, 3, \ldots, n$

y donde $d = \sum_{i=1}^{m} a_i$ es solución factible, así podemos calcular, por ejemplo: $X_{11} = \frac{(600)(500)}{2400} = 125$

Realizando estos cálculos para cada caso:

	1	2	3	
1	7 / 125	5 / 175	8 / 300	600
2	3 / 166.66	9 / 233.33	6 / 400	800
3	4 / 208.33	12 / 291.66	10 / 500	1000
	500	700	1200	

Tarea para la clase:

Tenemos

$$A=\begin{array}{c}
\begin{matrix} 11 & 12 & 13 & 21 & 22 & 23 & 31 & 32 & 33 \end{matrix}\\
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1\\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}$$

Ahora

$$B=\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 1 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

Así el sistema a resolver es:

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 1 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} X_{12}\\ X_{21}\\ X_{22}\\ X_{23}\\ X_{32}\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 175\\ \frac{500}{3}\\ \frac{700}{3}\\ 400\\ \frac{875}{3}\end{bmatrix}$$

Así:

$$\begin{bmatrix} X_{12}\\ X_{21}\\ X_{22}\\ X_{23}\\ X_{32}\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 175\\ 400\\ -116.6\\ -116.6\\ 233.3\end{bmatrix}
\longrightarrow$$

La solución no es factible

	1	2	3	
1	7	5 / 175	8	600
2	3 / 400	9 / -116.6	6 / -116.6	800
3	4	12 / 233.3	10	1000
	500	700	1200	

Error: Hay que corregir el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{12} \\ X_{21} \\ X_{22} \\ X_{23} \\ X_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 600 \\ 800 \\ 1000 \\ 500 \\ 700 \end{bmatrix}$$

Así: $\begin{bmatrix} X_{12} \\ X_{21} \\ X_{22} \\ X_{23} \\ X_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 600 \\ 500 \\ -900 \\ 1200 \\ 1000 \end{bmatrix}$ La solución no es factible entonces

07/05/21

Tarea para la clase:

Comenzamos con la matriz

$$A = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 7 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{array} \\ \begin{array}{cccccc} 4 & 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{array} \end{array}$$

Realizaremos las operaciones a continuación

Ahora acomodamos en orden descendente $\xrightarrow{6 \; - \; 1}$ $\begin{array}{c} 6 \\ \downarrow \\ 1 \end{array}$

Primero ordenamos filas:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Finalmente ordenamos columnas

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

11 / 05 / 21

Tarea para la clase:

Tenemos que B es:

$$
\begin{array}{c|c}
B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{1} \end{bmatrix} & \begin{matrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \\ \end{matrix} \\
\begin{matrix} 5 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{matrix} &
\end{array}
$$

Para enumerar ahora:

$$
\begin{array}{cc}
\begin{matrix} 5 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{matrix} & \\
B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}
\end{array}
$$

Queremos $1 \longrightarrow 5$, $1 \downarrow 5$

600
800
1000
500
700

Ordenando filas

$$
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

Ahora también columnas

$$
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Junto con la permutación de filas, resolveremos

$$
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} a_{23} \\ a_{33} \\ a_{31} \\ a_{32} \\ a_{12} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 800 \\ 1000 \\ 500 \\ 700 \\ 600 \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} a_{23} \\ a_{33} \\ a_{31} \\ a_{32} \\ a_{12} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 800 \\ 400 \\ 500 \\ 100 \\ 600 \end{bmatrix}
$$

13 / 05 / 21

Tarea de la clase

$$
\begin{array}{c}
A = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \\
\begin{array}{cccccccccccc}
11 & 12 & 13 & 14 & 21 & 22 & 23 & 24 & 31 & 32 & 33 & 34 \\
A & B & C & D & E & F & G & H & I & J & K & L
\end{array}
\end{array}
$$

Observemos

$$
\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

La primera verificación es correcta

Ahora

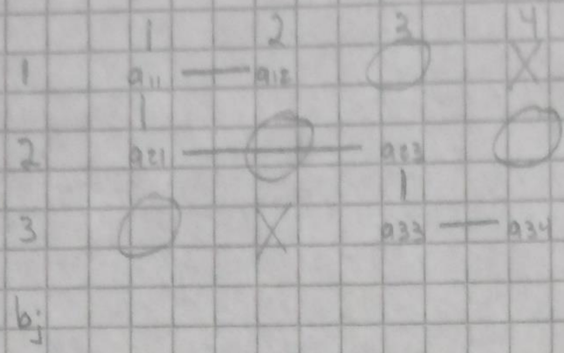
$$
\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cancel{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

La segunda verificación también es correcta

14 / 05 / 21

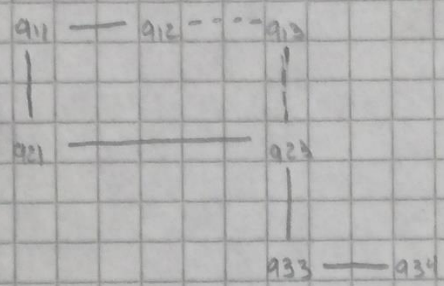
Tarea de la clase:

Tenemos la base



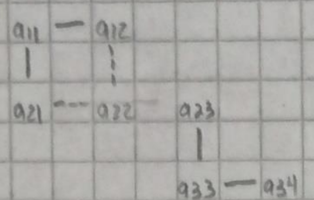
Identificaremos
a_{13}
a_{22}
a_{24}
a_{31}

a_{13}



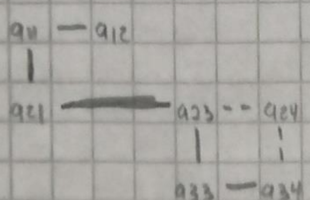
$\rightarrow a_{13} = a_{12} - a_{11} + a_{21} - a_{23}$

a_{22}



$\rightarrow a_{22} = a_{21} - a_{11} + a_{12}$

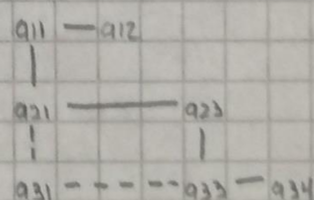
a_{24}



$\downarrow$

$a_{24} = a_{23} - a_{33} + a_{34}$

a_{31}



$\downarrow$

$a_{31} = a_{33} - a_{23} + a_{21}$

17 / 05 / 21

Tarea para la clase:

Se utilizará el siguiente problema de transporte

Origen	1	2	3	a_i
1	7	5	8	600
2	3	9	6	800
3	4	12	10	1000
b_j	500	700	1200	

Método de la esquina noroeste

7: 500	5: 100	8	~~600~~	~~100~~
3	9: 600	6: 200	~~800~~	~~200~~
4	12	10: 1000	~~1000~~	
~~500~~	~~700~~ ~~600~~	~~1200~~ ~~1000~~		

La solución inicial es:

$X_{11} = 500$ $X_{12} = 100$ $X_{22} = 600$ $X_{23} = 200$ $X_{33} = 1000$

Con $Z = 500 \cdot 7 + 100 \cdot 5 + 600 \cdot 9 + 200 \cdot 6 + 1000 \cdot 10$
$= 20,600$

Metodo del costo minimo

7	5: 600	8	~~600~~	
3: 500	9	6: 300	~~800~~	~~300~~
4	12: 100	10: 900	~~1000~~	100
~~500~~	~~700~~ 100	~~1200~~ ~~900~~		

La solución inicial es:

$X_{12} = 600$ $X_{21} = 500$ $X_{23} = 300$ $X_{32} = 100$ $X_{33} = 900$

Con $Z = 600 \cdot 5 + 500 \cdot 3 + 300 \cdot 6 + 100 \cdot 12 + 900 \cdot 10$
$= 16{,}500$

Método de Vogel

7	5 (600)	8	~~600~~ Dif	~~2~~	3
3	9	6 (800)	~~800~~ Dif	~~3~~	3
4 (500)	12 (100)	10 (400)	~~1000~~ Dif	6	500 2
~~500~~ D	~~700~~ D	~~1200~~ D			
1	4	2			
	100				
	3	4			
		400			

En resumen tenemos:
$X_{12} = 600 \quad X_{23} = 800 \quad X_{31} = 500 \quad X_{32} = 100 \quad X_{33} = 400$

Teniendo $Z = 600 \cdot 5 + 800 \cdot 6 + 500 \cdot 4 + 100 \cdot 12 + 400 \cdot 10$
$= 15{,}000$

19 / 05 / 21

Tarea para la clase:

Considerando el problema con la siguiente solución básica factible

8 ✓	6 (20)	10 (15)	9 ✓	35
9 (45)	12 ✓	13 (5)	7	50
14	9	16 (10)	5 (30)	40
45	20	30	30	

La base asociada a la solución es:

$$B = (a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{23}, a_{33}, a_{34})$$

$$\therefore C_B^t = (C_{12}, C_{13}, C_{21}, C_{23}, C_{33}, C_{34}) = (6, 10, 45, 5, 10, 30)$$

Para a_{11}:

El ciclo es $a_{21} \to a_{23} \to a_{13} \to a_{12}$

$$\therefore a_{11} = 9 - 13 + 10 - 6$$

$$\text{Y} \quad Z_{ij} - C_j = 9 - 13 + 10 - 6 - 8$$

$$= -8 \quad \times$$

Para a_{14}:

El ciclo es: $a_{13} \to a_{23} \to a_{33} \to a_{34}$

$$\therefore a_{14} = 10 - 13 + 16 - 5$$

$$\text{Y} \quad Z_{ij} - C_j = 10 - 13 + 16 - 5 - 9$$

$$= -1 \quad \times$$

Para a_{22}:

El ciclo es: $a_{12} \to a_{13} \to a_{23}$

$$\therefore a_{22} = 6 - 10 + 13$$

$$\text{Y} \quad Z_{ij} - C_j = 6 - 10 + 13 - 12$$

$$= -3 \quad \times$$

Para a_{24}:

El ciclo es: $a_{23} \to a_{33} \to a_{34}$

$$\therefore a_{24} = 13 - 16 + 5$$

$$\text{Y} \quad Z_{ij} - C_j = 13 - 16 + 5 - 7$$

$$= -5$$

Para a_{31}:

El ciclo es: $a_{21} \rightarrow a_{23} \rightarrow a_{33}$

$\therefore a_{31} = 9 - 13 + 16$

$y \quad z_{ij} - C_j = 9 - 13 + 16 - 14$

$= -2 \quad X$

Para a_{32}:

El ciclo es: $a_{12} \rightarrow a_{13} \rightarrow a_{23} \rightarrow a_{33}$

$\therefore a_{32} = 6 - 10 + 13 - 16$

$y \quad z_{ij} - C_j = 6 - 10 + 13 - 16 - 9$

$= -16 \quad X$

20/05/21

Tarea de la clase:

Dado el problema:

	1	2	3	a
1	7	5	8	600
2	3	9	6	800
3	4	12	10	1000
b	500	700	1200	

Por método de la esquina noroeste:

				a
1	7 (500)	5 (100)	8	~~600~~ ~~100~~
2	3	9 (600)	6 (200)	~~800~~
3	4	12	10 (1000)	~~1000~~
b	~~500~~	~~700~~	~~1200~~	

Con la base asociada $B = (a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{23}, a_{33})$

Terminé en Word

21/05/21

Tarea de la clase:

Para resolver el problema tenemos que resolverlo por costo mínimo

-750	-600	-690 50	~~50~~
-790 30	-730 70	-680	~~100~~ ~~70~~
-850 50	-760	-700	~~50~~
0	0 20	0 50	70
~~80~~ ~~30~~	~~90~~ 20	~~100~~ 50	

Verificamos optimalidad

a_{11}: $-790+730-0+0-690+750=0$

a_{12}: $-690+0-0+600=-90$

a_{23}: $-730+0-0+680=-50$

a_{32}: $-850+790-730+760=-30$

a_{33}: $-850+790-730-0+0+700=-90$

a_{41}: $-790+730-0+0=-60$

Hemos llegado a una solución alternativa que es similar a la del problema

26 / 05 / 21

Tarea de la clase:

Dado el problema:

Empleado	Trabajo 1	2	3	4
1	22	18	30	18
2	18	-	27	22
3	26	20	28	28
4	16	22	-	14
5	21	-	25	28

Ajustamos la matriz

22	18	30	18	0
18	-	27	22	0
26	20	28	28	0
16	22	-	14	0
21	-	25	28	0

Al tomar el más pequeño de cada fila todas quedan igual pues en todas es 0
Ahora para las columnas tenemos:

6	0	5	4	0
2	-	2	8	0
10	2	3	14	0
0	4	-	0	0
5	-	0	14	0

Matriz de costos reducidos

Sumamos:

4	0	5	2	0
0	-	2	6	0
8	2	3	12	0
0	6	-	0	2
3	-	0	12	0

Solución óptima ✓

E 1 con T2
E 2 con T1
E 3 con nada
E 4 con T4
E 5 con T3

Z = 75

27/05/21

Tarea de la clase:

a) En particular para los puntos de transbordo, significa que la mejor solución dado que New York puede ofertar pero también demanda producto, la solución óptima consiste en dejar cierto producto (concretamente 220 unidades) en la misma ciudad. Lo mismo ocurre con Chicago

b)

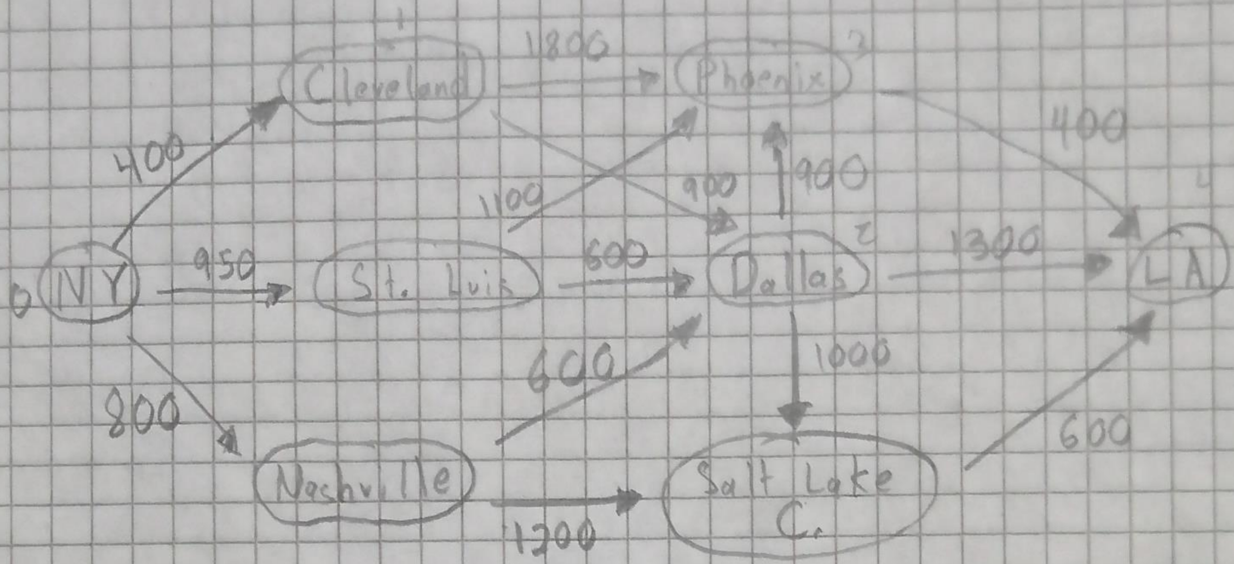
	NY	Chicago	LA	Boston	Memphis	
Memphis	8	13	25	28	0	150
Denver	15	12	26	25	15	215
NY	0	6	16	17	0	350
Chicago	6	0	14	16	0	350
LA	0	0	0	17	0	17
	350	350	130	147	15	992 / 1082

Haría falta una columna extra ficticia de peso 90

28/05/21

Tarea para la clase:

Usando el grafo:



Un camino óptimo es:

NY → Cleveland → Dallas → Phoenix → LA = 2,600
NY → Cleveland → Dallas → LA = 2,600

07/06/21

Tarea Complementaria

1.- a) Dada la base: $B = (a_{11}, a_{12}, a_{23}, a_{22}, a_{33})$

Su expresión en matriz es:

$$A = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccccccccc} 11 & 12 & 13 & 21 & 22 & 23 & 31 & 32 & 33 \\ \uparrow & \uparrow & & & \uparrow & \uparrow & & & \uparrow \end{array} \end{array}$$

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 5 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \end{array} \qquad 1 \longrightarrow 5 \qquad B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 5 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} 600 \\ 800 \\ 1000 \\ 500 \\ 700 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 800 \\ 1000 \\ 700 \\ 600 \\ 500 \end{array}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{23} \\ X_{33} \\ X_{22} \\ X_{12} \\ X_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 \\ 1000 \\ 700 \\ 600 \\ 500 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{X} = \begin{bmatrix} 200 \\ 1000 \\ 600 \\ 100 \\ 500 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

d) ~~Costo mínimo:~~ Esquina noroeste

7 (500)	5 (100)	8	~~600~~ ~~100~~
3	9 (600)	6 (200)	~~800~~ ~~200~~
4	12	10 (1000)	1000
~~500~~	~~700~~ ~~600~~	~~1200~~ 1000	

Z = 20,600

Costo mínimo:

7	5 (600)	8	~~600~~
3 (500)	9	6 (300)	~~800~~ ~~300~~
4	12 (100)	10 (900)	~~1000~~ 100
~~500~~	~~700~~ 100	1200 ~~900~~	

Z = 16,500

Vogel

7	5 (600)	8	~~600~~ 2	~~2~~
3	9	6 (800)	~~800~~ 3	~~3~~
4 (500)	12 (100)	10 (400)	~~1000~~ 6	500 2
~~500~~ ~~1~~	~~700~~ 4 100 3	~~1200~~ 2 400 4		

Z = 15,000

e) La mejor solución es:

7	5 (600)	8	600
3	9	6 (200)	200
4 (500)	12 (100)	10 (400)	1000
500	700	1200	

Comprobamos

$a_{11} = 4 - 12 + 5 - 7 = -10$
$a_{13} = 5 - 12 + 10 - 8 = -5$
$a_{21} = 4 - 10 + 6 - 3 = -3$
$a_{22} = 6 - 10 + 12 - 9 = -1$

Concluimos que esta es la s. óptima

2- ~~Inglaterra - Francia - España~~

	Inglaterra	Francia	España	
Trigo	54	31.2	52.8	125
Cebada	40.5	39.6	33.6	60
Avena	27.6	25	33.6	75
	70	110	80	260 / 260

Resolvemos por Vogel:

54	31.2 (110)	52.8 (15)	~~125~~ ~~21.6~~	15 / 1.2
40.5	39.6	33.6 (60)	60 ~~6~~	6.9
27.6 (70)	25	33.6 (5)	~~75~~ ~~2.6~~	5 / 6
~~70~~ 12.9	~~110~~ 6.2	80 0		

Verificamos

$a_{11} = 27.6 - 33.6 + 52.8 - 54 = -7.2$
$a_{21} = 27.6 - 33.6 + 33.6 - 40.5 = -12.9$
$a_{22} = 31.2 - 52.8 + 33.6 - 39.6 = -27.6$
$a_{32} = 31.2 - 52.8 + 33.6 - 25 = -13$

Es la óptima

$Z = 8340$

3.- a) El modelo será:

	Enero	Febrero	Marzo	
Enero	400	425	420	30
Febrero	400	420	415	30
Marzo	400	420	410	20
ñe	0	0	0	20
	35	30	35	

Por costo mínimo:

400 (15)	425 (10)	420 (5)	~~30~~ 15
400	420	415 (30)	~~30~~
400 (20)	420	410 (x)	~~20~~
0	0 (20)	0	~~20~~
~~35~~ ~~15~~	~~30~~ 10	~~35~~ 5	

Verificamos

$a_{21} = 400 - 420 + 415 - 400 = -5$

$a_{22} = 425 - 420 + 415 - 420 = 0$

$a_{32} = 400 - 400 + 425 - 420 = 5$

$a_{33} = 400 - 400 + 420 - 410 = 10$ ← entra

$a_{41} = 0 - 425 + 400 - 0 = -25$

$a_{43} = 0 - 425 + 420 - 0 = -5$

400 (15+x)	425 (10)	420 (5-x)	30
400	420	415 (30)	30
400 (20-x)	420	410 (x)	20
0	0 (20)	0	20
35	30	35	

$x = 5$

400 (20)	425 (10)	420 (0)	30
400	420	415 (30)	30
400 (15)	420	410 (5)	20
0	0 (20)	0	20
35	30	35	

Verificamos

$a_{13} = 400 - 400 + 410 - 420 = -10$

$a_{21} = 400 - 410 + 415 - 400 = 5$

$a_{22} = 415 - 410 + 400 - 400 + 425 - 420 = 10$ ← entra

$a_{32} = 400 - 400 + 425 - 420 = 5$

$a_{41} = 0 - 425 + 400 - 0 = -25$

$a_{43} = 0 - 425 + 420 - 0 = -5$

400 (20+x)	425 (10−x)	420	30
400	420 (x)	415 (30−x)	30
400 (15−x)	420	410 (5+x)	20
0	0 (20)	0	20
35	30	35	

$x = 10$

400 (30)	425	420	30
400	420 (10)	415 (20)	30
400 (5)	420	410 (15)	20
0	0 (20)	0	20
35	30	35	

Verificando

$a_{12} = -10$

$a_{13} = -10$

$a_{21} = 5$ ← entra

$a_{32} = -5$

$a_{41} = -15$

$a_{43} = -5$

$x = 5$

400 (30)	425	420	30
400 (x)	420 (10)	415 (20−x)	30
400 (5−x)	420	410 (15+x)	20
0	0 (20)	0	20
35	30	35	

400 (30)	425	420
400 (5)	420 (10)	415 (15)
400	420	410 (20)
0	0 (20)	0
35	30	35

$a_{12} = -5$

$a_{13} = -5$

$a_{31} = -5$

$a_{32} = -5$

$a_{41} = -20$

$a_{43} = -5$

$Z = 32{,}625$

ACABAR

/ /

4-

	B1	N1	B2	N2	B3	N3	
B1	0	-	3000	-	5000	-	210
N1	-	0	-	3000	-	5000	120
B2	3000	-	0	-	4000	-	210
N2	-	3000	-	0	-	4000	30
B3	5000	-	4000	-	0	-	120
N3	-	5000	-	4000	-	0	50
	200	100	200	100	200	100	

Por Vogel

0	-	3000	-	5000	-
-	0	-	3000	-	5000
3000	-	0	-		
-	3000	-	0		
5000	-	4000	-		
-	5000	-	4000		
200	100	200	100		

5.- Dado el problema

a) ~~Máquina~~

Operador	Máquina 1	2	3	4
1	5	5	18	2
2	7	4	2	3
3	9	3	5	15
4	7	2	6	7

a) Restamos de cada renglón el menor:

3	3	16	0
5	2	0	1
6	0	2	12
5	0	4	5

Y ahora columnas:

0	3	16	0
2	2	0	1
3	0	2	12
2	0	4	5

Líneas → 3

Restamos ceros no cubiertos y sumamos los doble línea

0	4	17	0
1	2	0	0
2	0	2	11
1	0	4	4

Líneas → 3 Repetimos

0	5	17	0
1	3	0	0
1	0	2	11
0	0	4	4

4 líneas

O3 → M2
O4 → M1
O1 → M4
O2 → M3

$$\begin{array}{r} 3 \\ + \; 7 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 14 \end{array}$$

b)

	1	2	3	4	5
1	5	5	18	2	2
2	7	4	2	3	1
3	9	3	5	15	2
4	7	2	6	7	8
	0	0	0	0	0

Resta renglones

3	3	16	0	0
6	3	1	2	0
7	1	3	13	0
5	0	4	5	6
0	0	0	0	0

Restamos

2	3	15	0	0
5	3	0	2	0
6	1	2	13	0
4	0	3	5	6
0	1	0	1	1

8

8 - a)

	Atlanta	Houston	Tampa	LA	Detroit
LA					
Detroit					
Atlanta					
		2400	1500		

	LA	Detroit	Atlanta	–	
LA	0	140	100		4000
Detroit	145	0	111		4000
Atlanta					4000
Houston					2400
Tampa					1500
	1100	2900	4000	7900	

	LA	Detroit	Atlanta	Houston	Tampa	
LA	0	140	100	90	225	1100
Detroit	145	0	111	110	119	2900
Atlanta	–	–	0	113	78	4000
ñe	0	0	0	0	0	7900
	4000	4000	4000	2400	1500	

0 / 1100	140	100	90	225	1100 ~~90~~	~~100~~	225
145	0 / 2900	111	110	119	~~2900~~ ~~140~~		
–	–	0 / 4000	113	78	~~4000~~ ~~78~~		
0 / 2900	0 / 1100	0 / 0	0 / 2400	0 / 1500	~~7900~~ 0	~~6800~~	~~4400~~ 2900
4000 0	~~4000~~ ~~0~~ ~~100~~ 140	~~4000~~ ~~0~~	~~2400~~ ~~90~~	~~1500~~ ~~78~~ ~~225~~			

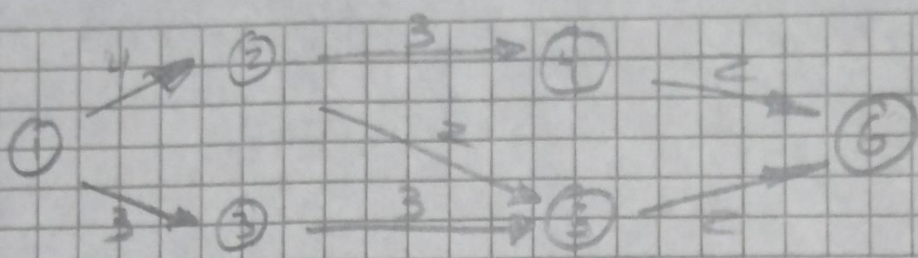
0 (1100)	140	100	90	225	1100
145	0 (2900)	111	110	119	2900
–	–	0 (4000)	113	78	4000
0 (2900)	0 (1100)	0 (0)	0 (2400)	0 (1500)	7900
4000	4000	4000	2400	1500	

$a_{12} = -140$
$a_{13} = -100$
$a_{14} = -90$
$a_{15} = -225$
$a_{21} = -145$
$a_{23} = -111$
$a_{24} = -110$
$a_{25} = -119$
$a_{31} = -\infty$
$a_{32} = -\infty$
$a_{34} = -113$
$a_{35} = -78$

	LA	Detroit	
Houston			2400
Tampa			1500

	1100	2900
LA		

/ /



Node	1	2	3	4	5	6
Tag	0*	4	3	∞	∞	∞

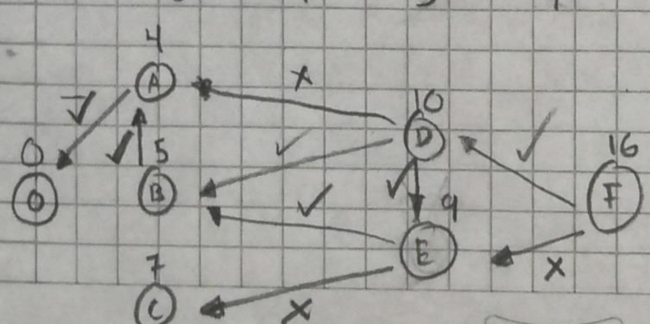
1	2	3	4	5	6
0*	4	3*	∞	∞	∞

$\min(\infty, 6) = 6$

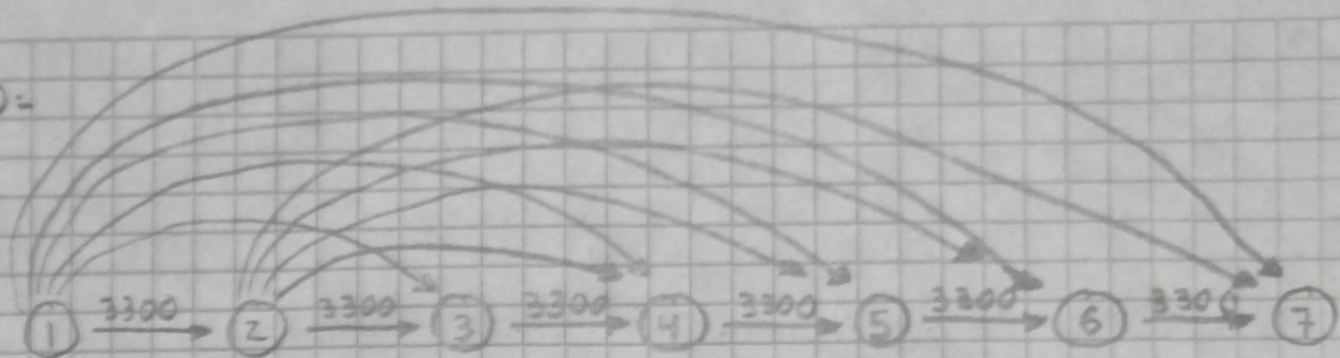
9.

O	A	B	C	D	E	F
*	*	*				
O	4	5	2	5	4	

O	A	B	C	D	E	F
*	*					
0	4	6	5	∞	∞	∞
*	*					
0	4	6	5	∞	∞	∞
*	*	*				
0	4	5	∞	7	∞	∞
*	*	*	*	*	*	*
0	4	5	7	10	9	16



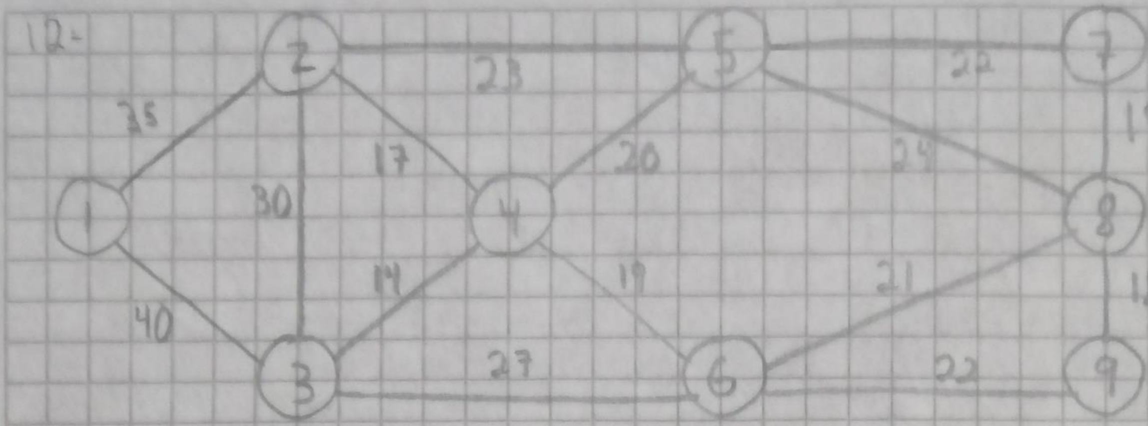
10 =



From →	To	
1	2	3300
1	3	4800
1	4	7600
1	5	9800
1	6	12400
1	7	15600
2	3	3300
2	4	4800
2	5	7600
2	6	9800
2	7	12400
3	4	3300
3	5	4800
3	6	7600
3	7	9800
4	5	3300
4	6	4800
4	7	7600
5	6	3300
5	7	4800
6	7	3300

1	2	3	4	5	6	7
*	*					
0	3300	4800	7600	9600	12400	14400

12-



Construimos

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
*	1	0	35	40	M	M	M	M	M	M
*	2	35	0	30	17	23	M	M	M	M
*	3	40	30	0	14	M	27	M	M	M
*	4	M	17	14	0	20	18	M	M	M
	5	M	23	M	20	0	M	22	24	M
	6	M	M	27	18	M	0	M	21	22
	7	M	M	M	M	22	M	0	14	M
	8	M	M	M	M	24	21	19	0	18
	9	M	M	M	M	M	22	M	18	0